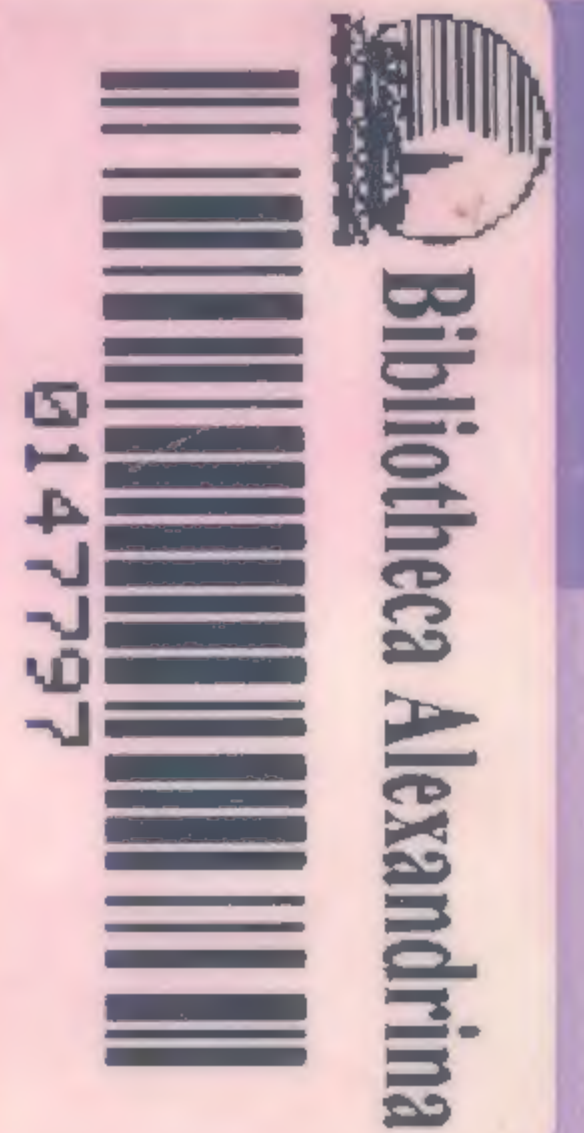


المجلس الأعلى للثقافة

# أوليات المنطق الرمزي

ترجمة: د. عبدالفتاح الديدي

تأليف: أليس أمبروز  
وموريس لازبروفيتش







# أَلِيَا الْمِنْطِقَ الْمَرْيُ

تأليف

أليس أمبروز      موريس لازيروفيتش

استاذ المنطق

سميث كوليج

نورثهامبتون

ماساشوشيتس

استاذ المنطق

سميث كوليج

نورثهامبتون

ماساشوشيتس

ترجمة

الدكتور عبد القناح الديدي

دبلوم الدراسات العليا من السوربون

ماجستير ودكتوراه في المنطق من جامعة القاهرة

القاهرة

١٤٠٣ هـ - ١٩٨٣ م



## مقدمة المترجم

مترجم هذا الكتاب حائز على دبلوم الدراسات العليا في المنطق المعاصر من جامعة السوربون بباريس . وأشرف على رسالته عن المنطق البريطني المعاصر الاستاذ رينيه بواريه استاذ المنطق بالسوربون والاستاذ لاجاش أستاذ علم النفس في تلك الجامعة . والمترجم حائز أيضا على درجة الماجستير من جامعة القاهرة عن النفسانية المنطقية عند جون استيوارت مل . وهو بحث مطبوع ومنشور حاليا بالهيئة العامة للكتاب ويتناول المفهوم النفساني لمنطق مل بطريقة جديدة تفسر الموقف الحقيقي لمنطق جون استيوارت مل وتبرز مضمونه على نحو لم يتحقق من قبل خاصة وأن مل كان ضالعا في موقفه النفسي من المنطق كما كان يجعل من النفسانية طابعا أصيلا لمنطقه بحيث يصبح علم النفس لا مجرد اتجاه عام لتفكيره وإنما موقف أساسي داخل في صميم العمليات المنطقية . أما رسالته - أي المترجم - للدكتوراه فكانت عن النزعة المثالية في منطق برادلي . وحصل عليها المترجم من جامعة القاهرة أيضا .

ولعل هذا هو ما شجعه على المضي في التعريف بأحدث اتجاهات المنطق الرمزي الجديد على الرغم من صعوبات الامام بهذا الفرع الماما كافيا في الاوساط العلمية المصرية . والواقع أنه لا صعوبات على الاطلاق في معرفة هذا النوع

الجديد من المنطق لأنه يعتمد على تعريفات بسيطة جدا لو أقبل عليها الدارسون لاكتشفوا مدى بساطة هذا العلم . ولو استبعدنا التخوف الذى ينتابنا ازاء المنطق الرمزى من حيث الشكل لعرفنا أنه أداة صالحة لانماء التفكير ولمتابعة كل قدرات العقل فى الاستكشاف والتعرف على أبعاد العقل الانسانى خاصة وأن المنطق الرمزى الحديث هو أصلح أداة منهجية فى المجالات التى يجرى فيها استخدام الأحصاء .

وشيئا فشيئا سيجل المنطق الرمزى العديد من الاشكالات كما أنه سيصبح منهجيا قادرا على ازالة الصعوبات أمام الباحثين فى علم النفس والرياضيات وعلم الاجتماع وفى الفلسفة ذاتها . فالمنطق الرمزى يغطى احتياجات كل هذه الافرع ويشكل منهجية جديدة مبسطة لحل أكبر الصعوبات ببساطة تامة وفى سلامة ظاهرة .

وسبق أن ترجمت كتاب بيسون وأوكونر «مقدمة فى المنطق الرمزى» الذى طبعته دار المعارف بالقاهرة سنة ١٩٧١ . وأتمنى أن يعاود القارئ الاطلاع على ذلك الكتاب لانه يعين على فهم كثير من أبواب المنطق الرمزى . ولكن كتابنا الجديد اليوم يعالج الموضوع كما لو كنا نطرق الموضوع مرة أخرى بنفس البدايات السهلة وبطريقة أكثر ترويعا وتبسيطا . فهذا الكتاب الجديد عن أوليات المنطق الرمزى هو الصورة المعاصرة الواضحة لكل مايتعلق بالمنطق الرمزى وهو وسيلة عملية للانتقال خطوة خطوة بالقارئ حتى يستوعب جوانب هذا العلم .

ولا يوجد شيء جديد أضيفه هنا سوى مناشدة القارئ

التعرف على هذا العلم من خلال هذين الكتابين لما يحملانه من دلالة مباشرة على جوانب المنطق الرمزي الحقيقي بدون أية شوائب من مفاهيم مغايرة لطبيعة هذا العلم . وسوف نشعر بالاستمرار في متابعة هذه الصفحات القادمة أننا ازاء المنبع الاصيل لاتجاهات المنطق الرمزي في أحدث وأدق صورته خاصة وأن الاستاذ لازيروفيتش هو أحد أقطاب هذا العلم الجديد في العالم ..

د . عبد الفتاح الديدي





# تمهيد

## المنطق الجديد

### ١ - تاريخ موجز للمنطق الجديد :

المنطق الرمزي الذي يطلق عليه حالياً هذا الاسم بدأ يأخذ مجراه الحقيقي في تاريخ الفكر الحديث والمعاصر بظهور كتاب «مجل المنطق الرمزي» سنة ١٩١٨ في ولاية بركلي بالولايات المتحدة الامريكية . وقام بتأليف هذا الكتاب كلارينس ايرننج ليويس المولود سنة ١٨٨٣ وأستاذ المنطق بجامعة هارفارد فيما بعد ذلك .

ويعد ليويس أول من وضع أصول نظرية الاستلزام الكامل ودافع عنها والاستلزام الكامل هو المقابل المنطقي للاستلزام المادي لان الاول يدعو الى اقامة الاستدلال الصوري على علاقة ثابتة بغير احتكام الى أى صدق أو خطأ من العالم الخارجي .

ويعنى هذا طبعاً أن المنطق بدأ عندئذ فقط يأخذ طريقه الى ثلاثة أمور :

١ - استبعاد كل ما هو استقراء .

٢ - فرض الاستلزام الصوري الخالص وهو الاستلزام الكامل .

٣ - تعميق الصورية بالمعنى الفلسفى الارسطى القديم .

وعاد ليويس فاشترك مع لانجفورد فى اصدار كتاب ثان عن المنطق الرمزى سنة ١٩٣٢ فى نيويورك . ودافع ليويس فى هذا الكتاب الثانى عن أنواع المنطق المعزولة عن العالم المادى وهى ضروب من المنطق الرمزى الجديد التى عرفت كأنساق مجردة تماما من المضمون المادى ومعزولة عزلا كاملا عن عالم الواقع .

وهذه هى البشائر الاولى لظهور المنطق الرمزى الجديد الذى لم يأخذ شكله النهائى الا بعد هذه الخطوة الهامة التى خطاها ليويس وبعد عدد آخر من الخطوات التى قام بها سواء من المناطق .

فالفيلسوف رودلف كارناب وضع منهج وصف العلاقات الارتباطية سنة ١٩٢٨ وحدد أصول السياق التركيبى للعبارات فى الكلام واللغة .

وصاغ الفيلسوف كواين الشكل النهائى لتحليلية المنطق النسقية (المبنية على النسق كمجرد نسق يمتد على أى مضمون أى كنسق خالص) سنة ١٩٣٦ وما بعدها .

واتجه المنطق الرمزى الجديد فضلا عن ذلك اتجاهها جديدا بالمرّة لانه اشتق وجوده على أساس الصورية الارسطية الخالصة وصار هذا المنطق الرمزى الجديد يمثل تطورا فلسفيا فى ملامح التحول العامة للمنطق الرمزى بدلا من الخضوع لاتجاهات الرياضيات فى نزعاتها ونزواتها على نحو ماجرى من قبل عند اخضاع المنطق للرياضة فى أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين .

فالمنطق الرمزي الجديد يستغل الصورية بالمعنى الفلسفي  
الارسطي ويحاول الاعتماد عليها في تكوين البناء الهيكلي  
الشكلي الخالص للعمليات المنطقية .

وهو منطق يعتمد أساسا على فكرة الاستلزام . والمنطق  
الرمزي المعروف اليوم بهذا الاسم لم يكن مألوفا من قبل على  
هذا النحو ويخالف كل ما عرف بهذا الاسم قبل سنة ١٩١٨  
لاعتماده بالذات على فكرة الاستلزام هذه .

وقد قسم العلاقة المنطقية الهولندي «بت» **E. W. Beth**  
الاستاذ بجامعة امستردام تاريخ المنطق الرمزي الحديث الى  
اربعة مراحل :

١ - المرحلة الأولى سادها تفكير «بول» **G. Boole** وليس لها  
بالنسبة الينا اليوم سوى أهميتها التاريخية . واقتصرت  
هذه المرحلة على استيعاء علم الجبر وحده من أجل التحكم  
المطلق في الاستدلال المنطقي واستغلاله أفضل استفلال .

٢ - واشترك في اعداد الفترة الثانية كل من « بيرس »  
**C. S. Pierce** من الناحية المنطقية وكانتور وديديكيند  
**Dedekind** من الناحية الرياضية . وتتميز هذه  
المرحلة بسيادة الابحاث التي توجت جهود كل من فريجه  
واشرودر **Schröder** وبيانو لتطبيق المنطق الجديد  
عند البحث في أسس الرياضيات وأصولها . وتمسك  
فريجه برغبته في استخلاص المضمون المتكامل للرياضيات  
البحثة من مبادئ المنطق وحدها . أما بيرس واشرودر  
وبيانو فكانوا أكثر تواضعا واكتفوا بتسجيل موجز  
بقدر الامكان لايواب الاستدلال الرياضي مستخدمين  
الرموز المنطقية .



٣ - والمرحلة الثالثة هي مرحلة اكتشاف النقائص ونقد المحدثين بما فى ذلك محاولات هايتنج ومحاولة هيلبرت فيما يتعلق بصورية الرياضيات التقليدية صورية كاملة كشرع فى اثبات عدم التعارض فيما بين كل من الصورية والرياضيات .

٤ - أما الفترة المعاصرة فتبلغ ذروتها عند تأسيس المنهج السيমানطيقى (دراسة الصلة بين الرموز والاشياء التى تشير اليها أى فقه اللغة) على يد تارسكى من أجل سد الفراغات التى خلقتها الاتجاهات السابقة مثل اتجاه ماوراء الرياضيات لدى هيلبرت (ميتاماتيكا) ويعاون تارسكى فى هذا كل من اسكوليم وجودل وتشيرش فى الابحاث التى أصدروها بهذا الصدد .

والمرحلة الاخيرة هى ما نطلق عليه اليوم اسم المنطق الرمزى . وكل ما عدا ذلك فيما جاء من قبل لا تنطبق عليه هذه التسمية وانما يصح أن يسمى ما قبل ذلك باسم المنطق الرياضى أو باسم بشائر المنطق الرمزى .

أما المنطق الرمزى الحالى فقد بدأ بكتابات كواين مثلاً الذى استطاع أن يتمسك بالتحليلية البحتة أو بما يصح أن نسميه بمنطق تحصيل الحاصل . وفى هذا المنطق تصبح سلامة الخطوات والتعريفات المجردة هى كل ما يشغل البال بغض النظر عن أى هدف آخر . ويعبر بتحصيل الحاصل عن اللفظة الاجنبية توتولوجى Tautology .

وهكذا فان المنطق الرمزى الجديد . وان كان قد بدأ بأرهابات العلامة بول وفكرته عن الحساب المنطقى والجبر

المنطقى من أجل التحكم فى الاستدلال المنطقى فقد امتدت آفاقه اليوم حتى استكمل أدواته لدى كواين الذى أرسى أصول التحليلية البحتة وقواعدها على أساس تحصيل الحاصل .

والواقع أن التحول الذى جرى فى أواخر القرن التاسع عشر فى مفهوم العلاقة بين المنطق والعلوم الأخرى قد مهد تمهيدا مؤكدا لهذه النهاية التى أشرنا إليها وذلك أن المناطق اكتشفوا أن الرياضيات نفسها فى أصلها منطقية وتعتمد على كونها منطقية كما أنها فى صميمها منطق أكثر من أن المنطق رياضة .

وأوشك كل عالم أن يقتنع بأن المنطق هو الأصل فى كل العلوم وأن كل العلوم إنما تلحق به جميعها إذا أرادت أن تبلغ مستوى النسق المعرفى العام وأن تؤكد وجودها وتحقق التطور الذى توصلت إلى نتائجه داخل إطار الانظمة المنطقية . فانتهدت بذلك بدعة النظر إلى المنطق على أنه علم تابع أو علم فرعى بالنسبة إلى العلوم المختلفة . وأصبح هذا العلم - علم المنطق نفسه - بؤرة تتجمع عندها كافة التيارات والمذاهب والعلوم .

ذلك أن الكثيرين من مناطق القرن التاسع عشر قد فطنوا إلى خطورة جعل المنطق علما ثانويا بالنسبة إلى أى علم آخر . وكان من الأمثلة التى دفعتهم إلى الاستفادة والعبرة منطق بورويال Port Royal الذى أخذ على المنهج الهندسى رغبته فى إثبات ما لا حاجة إلى إثباته أو البرهنة عليه . وأول من فطن إلى دور المنطق الأساسى هو هيلبرت صاحب كتاب أسس الهندسة الذى ظهر سنة ١٨٩٩ . وهو واضع حساب البديهيات

أو الاكزيوماتيك فجعل من الرياضة علما اضافيا أو تابعا أو  
ملحقا بالمنطق .

وكان ظهور حساب البديهيات هاما وضروريا في ايقاظ  
الوعى بالنسبة الى استقلال علم المنطق ووحدة كيانه . اذ  
صار المنطق لأول مرة أساسيا فى علوم الرياضيات وأصبحت  
الرياضيات نفسها فرعية أو ثانوية فيه . وكان أول من أوجد  
حساب البديهيات باش سنة ١٨٨٢ وجاء بيانو فوضع نظرية  
الاعداد سنة ١٨٩٤ على قواعد منطقية . وأتى هيلبرت بعد  
ذلك فرد مناهج الحساب وحساب البديهيات معا الى الصورية  
المنطقية البحتة عن طريق التوحيد بينهما سنة ١٨٩٩ كما  
سبق القول وبهذا أصبح من المستحيل ظهور أى تناقض بين  
الحساب والمنطق .

وهكذا أصبحت الرياضيات تنضاف الى المنطق لا العكس .  
وهذا هو ما أدى الى محورية المنطق بالنسبة الى الرياضيات  
وغيرها من العلوم مثل علوم اللغة وعلم النفس .

ومحورية المنطق فى أواخر القرن التاسع عشر قبيل  
نهايته هى التى دفعت المناطق الى استعادة الفلسفة القديمة  
مرة أخرى واستغلال صوريتها الارسطية الى أبعد حد . وهذا  
هو سر ظهور المنطق الرمزى فى أوائل القرن العشرين .

والفاصل الحاسم بين المنطق الرمزى الجديد وهو منطق  
فلسفى صورى وأى منطق سابق هو نظرية الاستلزام الكامل  
التي أشرنا اليها .

والصورة التى وضعها ليويس لنظرية الاستلزام الكامل  
سنة ١٩١٨ هى كالاتى :



س تستلزم ص

ترادف فى المعنى تماما عبارة :

ص يمكن استنباطها من س

وتتميز هذه النظرية الجديدة بأنها تريحنا تماما من معنى الاستلزام المادى الذى كان مليئا بالمفارقات بصورته المألوفة :

( س < ص ) ٧ ( ص < س )

ويعنى ذلك بوضوح أن الاستلزام الكامل هو استلزام صورى لايفرض صدق المقدمات بشكل من الاشكال فى أية عملية من عملياته . ويعنى أيضا فوق ذلك أن المنطق الرمزى لايعبأ بصدق مادة الكلام الا من حيث هى رموز جوفاء خالية من الاشارة الى أى شىء سوى الترابطات المعنوية التى تخلقها التعريفات المجردة ولا يهتم المنطق الرمزى الا بسلامة صورة التعبير منطقيا فقط . ولهذا كان من الادوات الاساسية التى ارتكن اليها المنطق الرمزى الحساب الجبرى الذى وضع قواعده بول وحساب القضايا ومنطق الاصناف ومنطق العلاقات وحساب المجموعات وحساب البديهيات .

## ٢ - ماهو المنطق :

المنطق الرمزى لايعبأ بصدق مادة الكلام ومضمونه فى المقدمات يهتم فقط بصحة صورة التعبير المستخدم صحة منطقية . ولذلك فالمنطق يهتم باكتشاف تسويغ للنتيجة بدون أى حكم مسبق فيما يتعلق بمسألة الصدق أو الكذب فى المقدمات . وعندما نقوم بعملية استلزام نجد أنفسنا نقوم

بتأكيد النتيجة بناء على صحة البرهان منطقيا دون نظر الى  
صدق المقدمات .

وكان العرب الاقدمون يعرفون فى المنطق مايسمونه بقوة  
الاستلزام . وذلك هو ما يظهر باستخدام «حتى» أو «الا» .  
فلا يكون «أب» مثلا حتى يكون «جد» أو الا اذا كان ثمت «جد» .  
فانه يتضح منه أن تحقق «أب» متوقف على «جد» فهو فى قوة  
استلزام لاب لجد) وهكذا يكون العرب قد أدركوا معنى  
الاستلزام (١) . ولكنهم أفصحوا عنه بهذه الصورة المادية وان  
كان من الممكن استبدال أب ، جد بالرموز مع ابقاء العلاقة فى  
الاستلزام المذكور بدون أدنى اشارة الى واقع العلاقة بين الاب  
والجد فيظهر معنى الاستلزام خالصا من أية ارتباطات بالواقع  
العملى أو بالواقع المادى الذى يرد هنا فى صورة مضمون .

وقد كان المنطق ينقسم بصفة مستمرة الى نوعين من  
المنطق :

١ - منطق صورى وهو الاستدلال .

٢ - منطق مادى وهو الاستقراء .

وهذا التقسيم وضعه أرسطو نفسه لان نظريته كانت  
مزدوجة فجمعت بين الجانبين الصورى والمادى وان كانت  
الناحية الصورية أغلب ظهورا . وفى العادة كانت الناحيتان  
تختلطان اختلاطا ظاهرا فى منطقته . ذلك أن وظيفة المنطق  
فى نظره كانت البحث فى التصورات وفى ارتباط التصورات

---

(١) مطالع الأنوار للأرموى ص ٣٤٦ .

على هيئة تصديقات • وذلك كله من شأنه أن يفرض ادراك الواقع • فالتصورات تعبير عن العالم الخارجى المادى واستنتاج مافيه ادراك للواقع واحاطة بالتجربة الخارجية بالضرورة • ولا يمكن أن يقال عن منطق أرسطو انه كان صوريا خالصا واذا كانت الصورية قد ظهرت بوضوح فى التحليلات الاولى فانها كانت بمثابة تمهيد للتحليلات الاخيرة التى عنيت بالاستدلال من حيث انطباقه على موضوع العلم •

غير أنه من الملاحظ أن اللفظة التى استخدمها أرسطو نفسه للتعبير عن هذا الفرع المعرفى أو أى دراسة للبرهان هى لفظة التحليلات • وهى لفظة تشير فى معناها الاصلى الى الاستدلال فى أشكال القياس •

ومن الملاحظ أيضا أن أرسطو فرق فى ميتافيزيقا ه بين المادة والصورة تفرقة كان لها أكبر الاثر على الفلسفة وعلى الفكر المنطقى ذاته • فأصبحت صورة الكلام هى هيئته الخالصة خالية من المضمون كما صارت مادته هى مضمونه وفحواه •

وعندما أراد المنطق الرمزى أن يتحرر من ربة العلوم الاخرى ارتد الى الصورة الارسطية لهذا السبب ملتصبا بصوريته من تاريخه • وكان من الضرورى على الدوام فهم معنى الصورية الارسطية فهما دقيقا قبل الاقبال على دراسة المنطق الرمزى •

والمنطق المادى هو المنطق المتعلق بالتجربة الخارجية • وهو لذلك يتضمن اخراج واستحداث معرفة جديدة فمن المستحيل بلوغ أى تقدم من وراء الاستدلال الصورى • أى أن الاستقراء جسر نعبر عليه من الوقائع الى القوانين وهو عملية



تستخدم فى اكتشاف وتكوين القضايا العامة • أما الاستدلال فتحليل قائم على أساس تفريغ العبارات من أية اشارات الى جزئيات من أجل تحويلها الى قضايا رمزية لايهمنا فيها الا سلامة الانتقال من البداية الى النتيجة • ولا يهم هنا الا التجربد التام للعلاقة بين التصورات والوقائع •

ولهذا يؤدى تقسيم المنطق الى صورى ومادى الى ظهور شىء جديد نسميه بالتحليل والتركيب والتحليل دائما صورى لانه لا يأتى فى النتائج اطلاقا بأكثر مما فى المقدمات فى حين لابد أن يولد التركيب شيئا جديدا فى نهاية الاستقراء • والاستقراء تركيبى فى حين أن الاستدلال تحليلى •

واليوم استبعدنا نهائيا اسم الاستقراء من المنطق وصار المنطق يشير الى الاستدلال وحده • وفى السنوات الاخيرة حدث تحول كبير فى مفهوم المنطق وصارت هذه اللفظة مرادفة للمنطق الصورى فقط كما هو الحال فى أى كتاب عن المنطق الرمضى • واذا سأل سائل ولكن ماذا عن منطق العلوم ومناهج البحث ونظرية المعرفة أجبنا بأن هذه الافرع تدرس اليوم مستقلة عن المنطق كمنطق •

ومن المعروف لدينا جميعا أن المنطق يدرس البرهان وأساليبه وطرق أدائه ولكن لاتزال الصلة بين المنطق والبراهين مشوبة بغير قليل من الغموض وغير محددة تقريبا لدى الناس جميعا • فقد يقال ان المنطق فن ادارة البراهين لانه فن البرهان ولكن هذا التعريف من شأنه أن يجعل الناس على يقين من أنهم سيصبحون قادرين على اصطناع منطق هو منطق وقائع ويشتغل بأمور مستقاة من العالم المحيط بنا •

وفى العلوم الطبيعية يحاول العالم اقامة القوانين اعتمادا على الوقائع . والانتقال من المعطيات الجزئية الى القوانين العامة هو مانسميه استقراء .

أما المنطق الصورى فهو منطق يعتمد على تفريغ العبارات من مضمونها بتحويلها الى رموز لاتعنى شيئا سوى تعريفها المبني على استخدامها فى البرهان فالاستخدام نفسه هو معناها . ولهذا يقال ان المنطق الصورى هو مجرد توافق الفكر مع نفسه .

واعتماد المناطقة لهذا السبب أن يقولوا ان الاستقراء يستنتج العام من الجزئى فى حين يستنتج الجزئى من العام . ومثال الاستقراء كالاتى : القانون العام : كل علاقة سببية علاقة ثابتة . . . . والتجربة كالاتى : العلاقة بين الظاهرتين أ ، ب

فى كل الحالات المعطاة

هى علاقة سببية .

∴ فكل علاقة بين الظاهرتين أ ، ب  
علاقة ثابتة .

أما المنطق الصورى فمثاله الواضح هو الاستدلال فى اطار البراهين الرياضية أى انه على نقيض المنطق المادى لايتعلق بالمحسوسات ولا يقوم بالملاحظة أو التجربة وهو لهذا استدلال فارغ خالى من أى مضمون تجريبي . فالمنطق الصورى مجرد استدلال صورى . ولهذا اذا كان يمكن عن طريق الاستقراء التقدم من حقيقة الى تقليب الادلة والبراهين فى كافة الواجه والجوانب وفى مختلف الاتجاهات بمجرد الاقبال على درس

واحد من دروس المنطق والانصراف عنه بمجرد الشروع في دراسته والاقبال عليه والتعرف على مشاكله الحقيقية .

وقد برع المنطقة العرب القدماء في استخدام البراهين وتقليبها على أوجهها المختلفة ولكنهم برغم ذلك حصروا قدراتهم في البراهين ولم يستطيعوا أن يتقدموا على الرغم من تعرفهم على جوهر المنطق الرمزي الحديث . فهم برغم ذلك انصرفوا عن التقدم بمنطقهم الى المستوى العقلي العالي الذي بلغه منطقة الغرب اليوم .

فمنطقة العرب القدماء عرفوا الاستلزام الكامل ولكنهم فشلوا في استغلاله .

ومنطقة العرب عرفوا قياس الاستثناء وصورته كالاتي:  
إذا كان س

∴ ص

ولكن س

∴ ص

وهذا القياس هو أبسط شكل من أشكال التحليل المنطقي المستخدم في تحصيل الحاصل السائد عند أصحاب المنطق الرمزي اليوم .

ولكن العرب وقد عرفوا ذلك لم يبلغوا به درجة الاستخدام المبني على شكل الكلام وهيئته بصورة تعيننا على القول بأنهم أبدعوا المنطق الرمزي .

وقد تكون للمنطق فائدة محسوسة في أنه يقوى قدرة



الانسان على البرهان شأنه فى ذلك شأن أى علم صحيح .  
وجرى العرف على تدريس المنطق لطلاب الفروع الجامعية  
الدينية تزويدا لهم بقدرة المناقشة والمحااجة والاقناع . ولاشك  
فى أن المنطق يكسب صاحبه قدرة فائقة على استخدام البراهين  
وتنظيم الافكار وتفريغ الجزئيات واحسان الانتقال من  
المقدمات الى النتائج وصواب الاختيار لوجه البرهان ولكن  
أخشى أن أقول ان المنطق الرمزى الجديد أدخل ذهنه من هذه  
الاغراض المباشرة ونقلها الى خلفية عريضة واسعة لتأسيس  
الذهن وتثقيف العقل تثقيفا مبنيا على أفضل الوسائل  
لتوضيح الفكر وبيانه واطلاقه مع البرهنة عليه .

ولايمكن أن يقال أن تخلو كلية الحقوق وكلليات الشرطة  
والكلليات العسكرية عموما من دراسة المنطق . فالقانون هو  
مجموع عمليات منطقية متماسكة وهو نسق الافكار التى  
تتقيد بخيط من الانسجام والتوافق المنطقيين . وبغير المنطق  
لايمكن أن يؤلف رجل القانون أو المحامى أو القاضى مفهوما  
مترابطا عن وقائع الاحداث التى يبنى سياقها .

وكذلك الحال فى الكلليات العسكرية البعثة التى تستخدم  
اللوجيستيقا باسمها الاوربى للاشارة الى جانب المهمات  
وتمييز الملابس والاسلحة وتكوين العلامات والرموز الدالة  
على كل سلاح واعداد اللغة السرية أو لغة الشفرة والكودات  
المستخدمة بين مختلف الأجهزة . فاللوجيستيقا فرع حديث  
وهام من العلوم العسكرية وهى هى مانسميه نحن بالمنطق  
الرمزى .

وقد درست المنطق الرمزى فى باريس على يد الاستاذ

رنيه بواريه وكان أستاذًا بكلية الحقوق بجامعة باريس (السوربون) وإن كان معظم عمله بكلية الآداب في فرع مناهج البحث العلمي وهذا يدل على مدى أهمية المنطق بالنسبة للقانون .

وقلت في كتاب القضايا المعاصرة في الفلسفة مايلي :

« وبواريه صاحب نظرية المنطق العضوي إنما التمس أسسًا منطقية للتفكير الفيزيائي . فالمنطق العضوي يحتفظ بقيم الحقيقة الفيزيائية سواء كانت قد أعدت تاريخيًا لذلك أو كانت في مستوى يسمح بأن يعبر الانسجام القائم سلفًا بين الفكر وبين الأشياء بشأن عقلانية التجربة .

فالمنطق العضوي يختار لنفسه تعريفًا بوصفه منطق اليقين العقلي ومنطق حقائق الاعتقاد والاستدلال المرتبطة بقوانين الفكر الخالصة . وهو قبل كل شيء منطق الحقائق الاستدلالية . وهذا المنطق فاعلي لأنه يتعلق بعمليات الفكر نفسه وعضوي لأنه أساس كل المعارف وكل أنواع المنطق الأخرى . فهو أشبه بما نطلق عليه اسم ما وراء المنطق بحكم ما يبنى عليه من النظريات الأخرى ، والاستدلالية منها بخاتمة أولا ، وبحكم ما يسمح به من التفكير حول هذه النظريات وخصائصها ثانيا .

فهو أولا وقبل كل شيء منطق بمعنى الكلمة ثم يتفرع منه منطق جبري وحساب منطقي من ناحية ونظرية في الملاحظة ونظرية في طبيعة الوجود الفيزيائي من ناحية أخرى . وفي النهاية يحتفظ هذا المنطق بفكرة القيمة . فالمنطق العضوي إذن أولى وأساس في كل العلوم .

ولكن هذا لا يمنع المشتغلين بعلم النفس وبعلم التربية أن ينتبهوا الى حقيقة هامة وهى أن المنطق صار يجرى تطبيقه اليوم على علم النفس كما أصبح يستخدم استخداما دقيقا فى خدمة الاغراض النفسية والتربوية للإشارة الى جانب التوازن والنمو العقلى عند الطلاب والتلاميذ والاطفال .

وأول من عكس الوضع وصار يطبق المنطق على علم النفس بدلا من العادة الشائعة فى الاتجاه النفسانى من تطبيق علم النفس على المنطق . . . أقول أول من طبق المنطق على علم النفس وفرضه عرضا على باحث علم النفس هو الاستاذ جان بياجيه صاحب الاتجاه الناسلى فى نظرية المعرفة وفى علم النفس (١) .

وأشار بياجيه الى أن الانسان يخضع لاربعة مقومات أساسية فى وجوده بدلا من ثلاث :

أولا : الوراثة .

ثانيا : الوسط الحيوى والعضوى

ثالثا : الوسط الاجتماعى .

وأضاف الى هذه كلها

رابعا : التوازن (النمو) .

وقرر بياجيه إضافة العامل الرابع الى العوامل الثلاثة التقليدية المعروفة لانه اكثرها اهمية واكثرها عمومية واقترانا بكل مظاهر النمو الانسانى . وقد يبدو التوازن كما

---

(١) القضايا المعاصرة فى الفلسفة للمترجم ص ٢٤٦

لو كان عاملا مستقلا قائما بذاته ولكنه فى الواقع أصيل وداخل فى تحديد كل أبعاد الانتقال المرحلى مع كل خطوة من خطوات التغيير واطراد التقدم . والتوازن فى نظر بياجيه جزء من عمليات التآزر الضرورى بين العوامل الاولية التى لايفترق أحدها عن الآخر . واذا كان من شأن التوازن أن يبدو منفصلا فذلك بحكم احتفاظه بمعالمه مستقلة لأنها لاتلبث أن تصبح معالم ذهنية بحتة . ولايمكن أن يكون التوازن عاملا منفصلا عن الثلاثة عوامل المعهودة لدى علماء النفس وان بدا كذلك لانه خاصية أصيلة داخلية فى صميم حياتنا العضوية والعقلية . والتربوى أحوج انسان الى دراسة المنطق الرسمى وتطبيقه بعد معرفة أدواته على مراحل التعليم المناطة به فى حياته العملية .

أو بعبارة أخرى اذا كان شاغل التربوى الاكبر هو ضمان تحقق التوازن لدى الاطفال فلا بد له من الاعتماد على طرق اكتشاف آليات الذهن وتكوينها عن الطفل والصبى واليافع والبالغ اعتمادا على الوسائل المنطقية باعتبارها أرفع أنواع الادوات لمعرفة ذلك التوازن فى نموهم وانتقالهم من مرحلة الى أخرى .

والوسائل والأدوات المنطقية التى يعرفها التربوى هى وسيلته الى اكتشاف أبعاد التوازن النفسى ، وهى وسيلته الى تقويم هذا التوازن حرصا على استتباب التوازن فى صورة بناء شامل مؤقت أو مرحلى .

فالمنطق هو نمو الطفل لانه هو هو توازنه .

والخلاصة أن المنطق يعنى اليوم بنماذج من الاستدلال من



حيث صحته وخطئه ومن حيث صلاحيته أو عدم صلاحيته  
بفضل صورة الاستدلال وحدها ولا شيء عداها .

ويمكن لذلك تعريف المنطق مؤقتا كعلم يبحث فى صور  
القضايا (مثل صور الاحكام التقريرية) وفى تسلسل القضايا  
التي تنشئ نماذج من الاستدلال . المنطق اذن علم الاستنباط  
الصورى . وهو يصوغ قواعد محددة يسيرة الانطباق لاختبار  
شئى الاستدلالات وتسمح هذه القواعد ببناء استدالات ابتداء  
من قائمة من المبادئ .

### ٣ - الاستدلال الصورى :

وهذا التعبير خاطيء كما هو واضح لان لفظة الاستدلال  
وحدها - بعد شرحنا السابق - تؤدى تماما معنى الاستدلال  
الصورى . ويكفى أن نقول الاستدلال بدون صفة الصورية  
لفهم انه الاستدلال المنطقى . ولا معنى له سوى هذا المعنى  
فالاستدلال مجموعة من العمليات المجردة التي تنتقل بها من  
صدق مفترض فى بعض القضايا الى صدق قضايا أخرى  
مستخلصة ومستدل عليها ابتداء من الأولى . وتقع طائفة  
الاستدلال على الاعتراف بصحة الوصلة الضرورية التي تربط  
النتائج بالمقدمات باعتبار هذه الوصلة عملية من أخص  
خصائص عمليات الذهن المنطقى . ويصبح الاستدلال عملية  
المنطق الاصلية .

وهى فضلا عن ذلك الهدف الحقيقى والرئيسى لكل دراسة  
منطقية . فالاستدلال هو العملية المنطقية الاصلية الرئيسية  
لانه يمثل عملية صورية كاملة يستقر الذهن بعدها فى  
الحصول على نتيجة وصل اليها بنفسه . ومهما تكن أهمية

التعريف والحكم فى المنطق فالاستدلال يبدو دائما فى كل تلك الابواب كما لو كان مقدرًا سلفًا وكما لو كان كل تعريف وحكم وكل تحديد لدلولات التعريف والحكم ترتيبيا واعدادا وتمهيدا لما هو مطلوب من دقة وتسلسل فى عملية الاستدلال . ولا يكتمل الامر ولا يستتب المجال فى نظرية الحكم والقضايا الا بمشاهدة تطبيقاتها فى نظرية الاستدلالات .

وعلى هذا فالاستدلال صورى والا فهو ليس استدلالا . والقياس ليس الشكل الوحيد للاستدلال . فهناك منطق العلاقات ومنطق القضايا ومنطق الفصول أو الفئات . واعتاد المناطقة التقليديون حتى جوبلوه فى بحثه عن المنطق أن يلصقوا صفة الجذب بعمليات المنطق الاستدلالي الصورية . فيقولون ان الاستدلال الصورى استدلال ماحل مجذب لانه لا يبنى شيئا واقعيًا محسوسا ولا يحصل نتائج مترتبة على وقائع فى العالم الخارجى .

ولم يعد هذا يؤثر فى شىء بالنسبة الى المنطق الرمزى الجديد أو المنطق القضوى لان الاستدلال الصورى تحول الى ضروب من حساب القضايا وحساب البديهيات والمنطق الرمزى والمنطق الفاعلى وحساب كم المحمول .

وكثيرا ماوجه المناطقة نقدا عنيفا الى القياس بوصفه تحصيل الحاصل وبوصفه دورا وجزءا من عمليات خالية الفائدة . وجون استيوارت مل هو صاحب هذا الاتجاه العنيف فى نقده للقياس وللالاتجاه الاستدلالي البحت . وقد رد عليه لوى روجييه فى كتابه عن «بناء النظريات الاستدلالية» ردا قويا مشيرا الى أن الصدق الصورى لا يفهم الا من الخاتمة أو

النتيجة فى القياس أى فى القضية المستخلصة والمستدل عليها  
وليس من المقدمات التى تأتى لخدمة الغرض الاستدلالى  
وحده (١) .

وقد كان الاقدمون يتبرمون بالدور المنطقى وبالتسلسل  
الاستدلالى الى غير مانتيجة نهائية . وكان الرجل المنطيق فى  
المصور الوسطى يقضى أوقاته فى استخلاص القضايا بعضها  
من بعض فى عمليات مطولة ويجد لذته الوحيدة فى عمليات  
الوصل الضرورى الذى يربط عددا من القضايا بعدد آخر من  
القضايا فى غير طائل سوى هذا التركيز على عمليات الذهن  
فى التقدم والانتقال من صدق عدد من القضايا الى صدق عدد  
آخر من القضايا ، وظهر عدد من وجوه الانتقاد لهذا الموقف  
الخالى من المقومات والفوائد . ولكننا عدنا اليوم نكتشف معنى  
الحدث المنطقى ومعنى العملية المنطقية تدريجيا خطوة خطوة  
من حركة التسلسل الذهنى خلال عدد من القضايا ولو لم نبلغ  
نهاية حاسمة . وأصبح المنطق اليوم هو هذا الموقف الذهنى  
من عمليات الترابط المنطقى بين عدد من القضايا المفترضة  
أو المسلم بصحتها .

وصار من الطبيعى اذن أن يحدث تطور تلقائى مفاجيء  
فى علم المنطق منذ قرن من الزمان تقريبا وأن يستعيد المنطق  
صورته التفسير التقليدى لعمليات ذهنية لاتنطوى الا على قيم  
الصدق التى يترتب بعضها على بعض ويتدرج بعضها ابتداء  
من بعضها الآخر . وبعد الاحتقار الشديد للاستدلالات  
الصورية جرى تحول كبير فى منظور المنطق حوالى سنة ١٩٣٠

---

1- Louis Rougier : La Structure des Théories déductives p. 31.

لدى بعض المناطق - وقد تتابع الاهتمام بهذه الاستدلالات  
الصورية مع الاستفادة من عاملين : أولهما العودة الى الينايع  
الأولى والخلافات الجوهرية حول طبيعة المنطق من أرسطو  
وايبوليد (١) Eubulide والاهتمام بالقياس الارسطى التقليدى  
وتوضيح معنى الصورية فى منطق أرسطو - وثانيهما  
الاستفادة من المعارف والتحويلات الجديدة فى طريقة الصياغة  
والتوالى فى الاستنباط والتدليل والبرهان وادخال الرؤية  
الجديدة لمشاكل الرياضيات وألوان الجبر والحساب التلقائى .

ومن أهم رواد هذا الاتجاه لوكازيفيتش J. Lukasiewicz  
الذى قدم سلسلة من الدراسات عن منطق الرواقين سنة  
١٩٢٧ وأخرج كتابه المشهور عن تاريخ منطق القضايا سنة  
١٩٣٤ - ١٩٣٥ والمنطق اللوجيستيقى عند أرسطو  
سنة ١٩٣٩ .

ومن أهم مؤلفاته على الاطلاق فى هذا الصدد كتابه  
القياس الارسطى من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث  
بالانجليزية سنة ١٩٥١ - أما شولتز Scholz فقد أظهر مقالا  
سنة ١٩٣٠ عن حساب البديهيات عند الاقدمين ثم أخرج  
تاريخ المنطق الذى حسم كثيرا من مسائل المنطق المعلقة - وقد  
قام كلاهما باظهار المنطق التقليدى خلال منظور جديد وصار  
لهما كثير من معاونين والتلاميذ مثل بيكر وبوشنسيكى وبيهنر  
وفان دين دريشه

Becker -- Bochenski — Bochner — Van den Driessche

---

1- Raymond Bayer : Epistémologie et Logique depuis kant  
Jusqu'au nos jours p. 291.

وايبوليد هو أحد الميغاريين نسبة الى المدرسة الميغارية



وشاركوا جميعا فى تحويل دفة نظرية المنطق الصورى  
الجديد .

#### ٤ - أزمة المنطق الارسطى :

وعندما شرعنا فى دراسة المنطق بالجامعة فى النصف  
الثانى من الاربعينات كانت مشكلة المنطق الارسطى فى أوجها  
ولم تكن قد اتضعت لنا (وخاصة فى مصر) بعد اتجاهات  
المنطق الجديد . وكانت دراستنا للمنطق عرضا للمشكلات  
والصعوبات التى واجهها المنطق الارسطى .

والواقع أن أزمة المنطق الارسطى بدأت منذ سنة ١٩٠٠  
عندما هاجمه الكثيرون بحجة الانقفال والتقييد من جانب كثير  
من المناطق حتى ممن لم يكونوا قد ألما بتيارات واتجاهات  
اللوجيسطيقا الجديدة . ويسمى لاشلييه Lachelier لتأسيس  
منطق التضاييف ومنطق العلاقات الى جانب المنطق التقليدى فى  
الجمال حتى لا يظل محصورا فى اطار ضيق موحد .

وكان أرسطو قد ظل مقفلا فى دائرة الصيغة المحلية .

أ هـ ب

منها أ من ب بالفعل

أو أ تنتمى الى ب

بدون أن يخطر على ذهنه وجود علاقات أخرى . ولاحظ  
الرواقيون أن أرسطو لم يشر الى علاقة «أكبر من» ، فالاحكام  
والقضايا ليست حملا وحسب وليست عملية جمع بين طرفين .  
وصارت القضية تكوينا لنسبة بين مدلولات . وقد قام لاشلييه

بتوسيع المنظور الذى بدأ منه دى مورجان De Morggan بوضع  
أسس منطق التضايف الجديد . وبدأ شرحه للمشكلة من  
تحليلية للرابطة فى القضية فهناك رابطة تلصق الفرد  
بمجنوع وأخرى تضم الأجناس الى الأنواع وثالثة تؤكد هوية  
الموضوع . وهذا ينعكس بدوره على التضايا ، فهناك قضايا  
مثل :

فلان أصفر شأنا من علان

حكم المتوكل بعد حكم الواثق

جامعة القاهرة جنوب القاهرة

الى آخر هذه القضايا التى تمثل أشكالا جديدة للاضافة  
وصرنا نرى شكل القضية ممثلا فى صورة م (ع) ل بحيث  
تكون (ع) اشارة الى العلاقة . واستخدم المنطق بذلك ألوانا  
من التسلسل والتتابع فى القضايا لم تكن موجودة عند أرسطو  
مثل :

المنتصر حكم بعد المتوكل

المتوكل حكم بعد الواثق

المنتصر حكم بعد الواثق

وهذا نوع مختلف عن طريقة أرسطو فى تشكيل القياس  
المركب مفصول النتائج Sorites فهنا هنا يشيع استخدام  
التسلسل والترتيب الصورى المبنى على الاضافات وعلى اضافات  
الاضافات .

وحاول لاشلييه أن يبقى مقيدا بالمنظور الصورى  
الارسطى مع اغناء العلاقات وتأسيس مبادئ منطق التضايف

المجديد • وهذا واضح فى كتابيه المشهورين النتائج المباشرة والقياس ، والقضية والقياس سنة ١٩٠٦ وحاول جوبلو كذلك أن يعمق نظرية القياس الحملى وأن يخلق لها موزيا جديدا هو نظرية القياس الشرطى • وجوبلو هو مؤلف «بحث فى المنطق» سنة ١٩١٨ ومؤلف كتاب المنطق وأحكام القيمة سنة ١٩٢٧ •

وحاول المناطقة أن يعيدوا النظر فى جملة مسائل المنطق الارسطى وتناولوا الاستدلال من الكلى الى الجزئى بالتحليل وأبدوا شكهم حىال الاختلاف الذى يمكن أن يوجد بين هذين النوعين من القضايا من الناحية الوجودية أى من ناحية المضمون الوجودى أى وجود الافراد التى ينطوى عليها كل صنف منهما • ويمكن مراجعة مربع أرسطو للنظر فى أمر القضايا الكلية التى لاتحتوى موضوعاتها على أفراد والقضايا الجزئية التى تحتوى موضوعاتها على أفراد وبرغم ذلك لايمكن الاستدلال ابتداء منها • ولما كان مربع أرسطو يعبر عن علاقة صورية بين القضايا الكلية والجزئية المختلفة فهو لايتناول حالات التناقض والتضاد فى القضايا المفردة • فالضد فى القضية المفردة هو القضية ذات المحمول المضاد (١) •

وأمثال هذا النقد كثير لمنطق أرسطو خاصة وأن الصورة الاستدلالية للقياس الارسطى لم تظهر الا فى أعمال الاسكندر الافروديس (٢٠٥ بعد الميلاد) •

وهناك نقد لارسطو من نوع آخر وهو أن منطق أرسطو

---

1- Herbert L. Searles : Logic and Scientific Methods pp. 90-95 (1956).

لم يولد صوريا خالصا وكانت تشوبه مادية الى حد ما .  
فبان انتقالنا مثلا من التحليلات الاولى الى التحليلات الثانية من  
كتب أرسطو المنطقية - كما يقول روبرت Ross (١) - ننتقل من  
الصورة العامة للاستدلال الى دراسة الصفات والخصائص  
المميزة للاستدلال العلمى من الاستدلال الجدلى البرهانى .

وفضلا عن هذا حاول برانشنيج Brunschvicg متفقا  
مع رسل فى هذا أن يتهم منطق أرسطو بالارتباط بميتافيزيقا  
الجوهر . واقحام المنطق الارسطى فى مجال الميتافيزيقا يجعل  
منه حلقة وسط حلقات التفكير الميتافيزيقى المنطقى عند  
هيجل وبرادلى . وقد يتحول بذلك إلى مجال المعرفة الحدسية  
التي ترتكن الى أنواع اللمع أو الابوفانسييس وهو القول  
النورى الذى يأتى به الحدس وسط البراهين .

فمقياس الوصول الى الحقيقة وتحصيل النتائج عند  
أرسطو يستلزم أن تكون صورة المعرفة مطابقة بشكل دقيق  
للأشياء العينية الماثلة . فالمنطق من هذه الناحية ينشد الحقيقة  
ويبغى الوصول عن طريق البرهان الى ما هو ثابت مؤكد . لقد  
كان منطق صوريا لكن الصور كانت تلك التي تنتمى الى  
الوجود والتي يبلغ عن طريقها باب العرفان .

ولما كانت المعرفة الحسية تصورا خالصا فلا يمكن أن يقال  
عنها بالتالى أنها صادقة أو كاذبة . والربط بينهما يتم عن  
طريق الحكم أى الفعل النفسى الملائم الذى يثبت أو ينفى  
الترابط بين الأفكار . فالصدق الارسطى هو صحة الرابطة  
التي تربط بين الموضوع والمحمول من حيث مطابقة هذه

---

Ross W.D : Aristote p. 63 Paris 1930.



الرابطه للواقع مطابقة صحيحة سواء أكانت الرابطه رابطه سلب أو رابطه ايجاب (١) .

وهذا هو الحكم أو القول النورى كما يسميه أرسطو وعنده أن الأقوال جميعها ذات دلالة ، ولكنها ليست كلها نورية بل بعضها فقط . فهى تلك الاقوال التى يتلاقى فيها الحق والباطل بالطبيعة وتلك ميزته وحده . وهناك أقوال لايمكن أن تكون صادقة أو كاذبة كالحجر مثلا وكأقوال الدعاء فى العبارات الانشائية . وهذه الخاصية التى تتسم بها من شأنها أن تبعث الحياة فى الموضوع والمحمول عن طريق القيم النورية . وهى نفسها التى يسميها هوسرل Husserl بالصورة الأزلية للفكر .

ويمكن أن يقال ان كل منطق يعتمد على موقفين : أولا نظرية الاستدلال التى تدخل فى اطارها حساب القضايا وثانيا نظرية الالفاظ الدالة على الكم أى أسوار القضايا Quantificateurs ويمكن القول باختصار أن أرسطو كان يجهل هذه وتلك .

فلم يكن منطقهم معتمدا على القضايا الحملية وحسب بل كان أضيق من ذلك فى هذا المجال هذه بالنسبة الى المنطق الحديث أعنى فى الحمل Attribution (حساب المحمولات ونظرية كم المحمول) الذى يتمتع بهذين الموقفين الاساسيين ويهمل منطق أرسطو جانبا الحدود المفردة والقضايا الفردية .

---

(١) دكتور عبد الرحمن بدوى : أرسطو ص ٧٤ القاهرة سنة ١٩٤٤

ونجده من ناحية الالفاظ الدالة على الكم أى أسوار القضايا مثل الكل والبعض أبعد من أن يشير بها الى علامات الدالات الخاصة بالصدق أو الكذب Lesfonctions فدوال الصدق أو الكذب وظيفتها التعبير عن قيمة الصدق أو الكذب التى يجرى حسابها ابتداء من قيم الصدق فى البراهين • وأسوار القضايا أبعد من أن تشير الى دوال الصدق أو الكذب • وفضلا عن ذلك فهى أيضا أغرب من أن تتناسب مع المنطق الحديث فى مجالها • ومن جملة ماعرضه أرسطو فى التحليلات الاولى لانجد أثرا للحدود المفردة أو القضايا الفردية وان كان المنطق التقليدى من بعده قد حشر الحدود المفردة حشرا خالطا بين الافراد والفئات أو التصورات ومدرجا القضايا الفردية فى الكليات ولم يعرف المنطق الارسطى الفئات الفارغة • فهو عبارة عن نظرية منطقية للعلاقات محصورة فيما بين أربع دالات وظيفية لمتغيرتين :

الكل ••• يكون •••

لاشئ •• لا يكون •••

بعض ••• يكون •••

بعض ••• لا يكون •••

وقد تولد عن المنطق الارسطى نوعان من التفكير خلال العصور الوسطى أول هذين النوعين اتجاه معروف باسم الواقعية • والواقعية هنا بالمعنى الافلاطونى أى بمعنى وجود المبادئ والمثل والقيم وجودا واقعيا فى موقع ما • وحاول هذا الاتجاه مطابقة أفكاره لروح كتاب أرسطو الاورجانون أى الآلة ويقصد بهذا الكتاب فى المنطق أن يكون آلة للعلوم

جميعا من أجل الوصول الى المعرفة . وهنا نجد منطق أرسطو  
وسط غلالة من الفكر الميتافيزيقى مع اهتمام بروح المقولات  
الارسطية .

ولكن هذه الواقعة تخالف أرسطو أولا فى أنها ليست  
واقعية علمية أرسطية وانما هى مفهوم ميتافيزيقى أفلاطونى  
تحاول الاستناد فيه الى بعض المبادئ الارسطية وثانيا تفتح  
هذه النزعة آفاقا جديدة تنشئها بين الواقع والممكن مع محاولة  
دائمة ، ثالثا فى جعل القياس ذا خاصية واضحة فى اظهار  
الوجود منفصلا عن الفكرة والفكرة مفارقة للوجود .  
واستغلت هذه النزعة فكرة الكمال واللانهائية وهى أفكار لم  
تكن اليونان تعرفها .

وثانى هذين النوعين هو الاسمية وهو على خلاف النوع  
الأول تماما لاستبداله الأفكار بالكلمات واحلاله الرسوم  
للاستدلال المنطقى . واستند هذا النوع الى اللغة العادية  
وانطلق من افتراض النحو الكلى لاعتقاده فى وحدة النظم  
البنائى اللغوى الذى تقوم عليه اللغة اللاتينية وغيرها .

واعتماد رجال العصور الوسطى أن يضعوا المنطق جنبا الى  
جنب مع النحو والبلاغة فى مصاف المواد العلمية التى تهتم  
باللغة . وحاولت هذه النزعة احصاء أشكال وصيغ القياس  
ويرجع اليها الفضل فى حصر معظم الحدود التى يجرى  
استخدامها فى تعليم المنطق . وساعدت اللغة هؤلاء الاسمين  
على الاحتفاظ بالبحوث المتصلة بالقضايا على الرغم من تحول  
المجالات مع الابقاء على شكل القياس الارسطى الأصيل دون  
تبديل أو تغيير . ولهذا زعموا أنهم أقرب من سواهم الى  
المذهب الارسطى .

وفى هذه الاثناء تجددت قوانين الفكر مما أدى الى ظهور أول فهم حقيقى لمنطق صورى بمعنى الكلمة بعد القرن الخامس عشر . وكان مما أعان على ذلك الدراسات النحوية واللغوية التى اعتبرها المنطقة صورة للفكر نفسه . وجرى استخدام النحو خاليا من المضمون المعنوى اللفظى كمثال لمعنى الصورية فى الكلام باعتبارها تدل على الخلو من المفهوم اللفظى - فيمكنك أن تقول :

« الناس من ذوات الأربع »

بدون أن تتحمل مسئولية ما من المسئوليات أو بدون أن تنتظر حكما بالاصابة أو الخطأ .

وظهرت نزعة ثالثة هى التصورية للتوفيق فيما بين الاسمين والواقعيين وأخذت هذه النزعة مكانا وسطا فى مشكلة الوجود والماهية مع تحويل مشكلة النزاع بين الوجود الواقعى الافلاطونى والقيم الصورية المنطقية الى مذهب عقلانى . وبهذا يتحول الانسان الى عنصر معرفى موجود داخل كل عملية عقلانية منطقية وادراكية (هيپوستاز Hypostase) حتى يبلغ القمة فى فلسفة بركلى المثالية .

والواقع أن كل هذه النزعات حاولت أن تبعد عن مركز الاهتمام الحقيقى فى منطق أرسطو . فلم يكن القياس نفسه ذا أهمية كبرى فى حد ذاته وانما المهم هو أن أرسطو استطاع أن يخلق معنى الصورية فى نظرية الاستدلال كما أمكنه أن يقيم نظرية صورية ذات متغيرات . فلم يكتف أرسطو باكتشاف المنطق الصورى بل اكتشف معه الشرط الاساسى الضرورى لكل فكر صورى وهو استخدام المتغيرات . ويكفى تغيير بعض



المصطلحات ليتحول النظام القياسي الارسطي الى نسق بدائي  
بعض الشيء من حساب البديهيات . وقد لحظ ليبنتس ذلك  
عندما أدرك امكان اعطاء تفسير حسابي لنسق القياس  
الارسطي (١) .

ويمكن الاشارة العابرة أيضا الى أن أرسطو تعرف على  
امكانية ايجاد نظرية القياس الجهوى *sylogisme modal* وهي نظرية  
لم تشع الا مؤخرا في المنطق الحديث وبذل هاملان Hamelin  
قصارى جهده من أجل ابرازها في منطق أرسطو كما حاول  
بيكر Becker وضعها في صورة تقريرية حديثة (٢) ولم  
يصبح المنطق الجهوى (نسبة الى الجهة في الاحكام كالضرورة  
والامكان) معروفا في المنطق الحديث الا مؤخرا (٣) .

## ٥ - الحقيقة الصورية :

لقد اتفق الجميع على أن الحقائق نوعان : حقائق تنشأ من  
ذاتها وحقائق تجرى مجرى الوقائع . فهناك من النوع الأول  
القضايا التحليلية والقضايا ذات الحقائق المجردة كما هو الحال  
في نظريات الهندسة . وهناك من النوع الثانى القضايا التى  
تصوغ وقائع جزئية فى العالم الخارجى أو فى عوالمنا النفسية  
أو العضوية .

- 
1. Robert Blanché : Vues nouvelles sur l'ancienne  
logique — Les études philosophiques (11<sup>ème</sup> année-nouvelle  
série) no : 2-1956—Avril—Juin.
  - 2- Becker (A.) : Die Aristotelische Theorie der möglichkeits-  
schlusse—Berlin 1933.
  - 3- Poirier (René) : Logique et Modalités — Paris 1952.

ومنذ فجر التاريخ كان الناس اذا أرادوا البرهنة على خطأ قضية من القضايا التي يتمسك الخصم بصدقها قاموا بأحد أمرين :

... أما التفنيذ الجدلي في النقاش والبرهان حتى يصبح المتحدث الخصم في تناقض مع نفسه .

... أو الاستشهاد بوقائع محسوسة من التجربة التي نعيشها سواء من جانب الخصم المعارض نفسه أو من جانب الشهود الذين حظوا بقبوله الاحتكام اليهم .

ووفقا لهذا الوضع العام المتفق عليه أو لهذا المفهوم المسلم به في مثل هذه المواقف ، أمكن التمييز بين نوعين من أنواع الصواب والخطأ . «الصدق والكذب» الصوري في القضايا الذي ينشأ عن صورة القضايا أو عن تتبعها وتسلسلها المنطقي و «الصدق والكذب» المادي التجريبي في القضايا الذي ينشأ عن اتفاق المضمون القضوي أو عدم اتفاقه مع التجربة أو بصفة أكثر تعميما مع معطى معين من المعطيات نشير اليه .

إذا اتفقنا على تعريف القضايا بأنها عبارات قابلة للاتصاف بأحدى القيمتين المنطقيتين فقط : اما الصدق أو الكذب . . . واتفقنا على الإشارة الى احدى القضايا بالرمز «س» . . . ينشأ عندنا حكم تقريرى مؤداه : «القضية «س» اما أن تكون صادقة أو كاذبة» ويكون هذا الحكم صادقا صوريا لمجرد صورته وحدها لأنه يتطابق مع الشرط الأساسي المتفق عليه منذ البداية وهو مانسجميه «تحصيل الماهل» . وإذا

اتفقنا على تعريف الكذب بأنه «نفي الصدق» وحصلنا على الحكم التالى :

« القضية «س» كاذبة وصادقة معا » .

كان هذا الحكم كاذبا صوريا وفقا للمتفق عليه مما نسميه بالتناقض .

والحكم القائل :

« يستلزم نسق البديهيات الاقليدى أن يكون مجموع زوايا المثلث مساويا لقائمتين » .

هذا الحكم استلزام صورى أى أن هذه القضية تكون صادقة صوريا مادمنّا قد سلمنا بنسق البديهيات الاقليدى وبقواعد منطق الاستدلال (الصورى) : فهى تحصيل حاصل .

وهذا الصدق الصورى مستقل عن نتائج القياسات التجريبية لأشكال المثلثات التى يمكننا اقامتها على سطح الكرة الأرضية أو على الزوايا الموجودة بين كواكب الفضاء الخارجى . والمعنى الحسى العينى للالفاظ التالية : «المثلث - الزاوية القائمة لا دخل له فى تقدير البرهان الخاص بالنظرية السابقة التى تعتمد منطقيا على نسق البديهيات الاقليدى وفقا للقواعد المأخوذة بها فى الاستدلال » .

غير أن الأمر مختلف تماما فيما يتعلق بالقضايا التجريبية مثل القانون التالى :

« ينصهر الفوسفور فى درجة ٩٠ مئوية تحت الضغط العادى » .

فهنا يتدخل المعنى العيني الحسى للحدود : الفوسفور  
– ينصهر في درجة ٩٠ مئوية – الضغط العادى • وهذا المعنى  
يتحدد وفقا للتقابل المتكافىء القائم بين هذه الحدود وبعض  
أنواع المواد الكيماوية وبعض العمليات الفيزيائية مثل :  
«التسخين الى حد الغليان» •

« قياس درجة حرارة الفوسفور المغلى بالترمو متر» وبعض  
الشواهد المحققة مثل :

• توافق نهاية عمود من الفضة مع احدى العلامات فى  
مقياس مدرج مرقم « فهذه التقابلات المتكافئة تمدنا بالتعريف  
التجريبي للحدود المستخدمة • والقضية هنا محققة مادام  
مجموع الظروف التى تواجهها متحققة بالفعل وما دام جهاز  
القياس منظما وفقا لطريقة استخدامه ومادامت قراءة القياس  
معادلة لما هو منتظر حسب القانون •

ويطلق عادة اسم القضايا التحليلية على القضايا الصادقة  
أو الكاذبة صوريا •

ويطلق عادة اسم القضايا التركيبية على القضايا التى  
تصدق أو تكذب تجريبيا •••

والأولى تعتمد على جملة الأصول المتفق عليها فى اللغة  
وتتعلق بمقدار التوافق •

والثانية تتعلق بمدى اتفاق تعبيرنا اللغوى مع التجربة  
وتخبرنا عن الأشياء الموجودة فى العالم المحسوس وخط  
سيرها •



فلو قسمنا كل الزهور مثلا الى حمراء وغير حمراء أمكننا دائما تأكيد مايلي :

« وردة الجليد زهرة حمراء ولا حمراء » ولكن التجربة واللجوء اليها وحده هو الذي يرشدنا ويخبرنا بأنها سوداء . ولما كانت القضايا انشورية لا تخبرنا شيئا عن الأشياء وتتعلق فقط بالتعبير اللغوي الذي تصوغه عنها ، فهي بالتالي تبدو لنا مؤكدة وضرورية . وهي تخضع - فضلا عن ذلك - لشروط مسبقة .

وهكذا تنتهي الى أن قوانين المنطق والاستلزام الشوري التي تؤلف براهين النظريات الاستدلالية هي عبارة عن تحصيل حاصل - وهي صادقة بفضل صورتها ومستقلة تمام الاستقلال عن التجربة .

ويبدو لنا هذا بوضوح اذا سقنا مثلا واضحا من القضايا المستنبطة أو المستدل عليها بوصفها نظريات في نسق من البديهيات . فنظريات العلوم الاستدلالية كما هو الحال في الهندسة ليست ضرورية بلا قيد ولا شرط وانما هي شرطية ضرورية ولا تكون صحيحة صوريا الا بشرط مزدوج في أن تكون قائمة على الاشارة الى نسق من البديهيات والى قواعد المنطق الاستدلالي التي تعين على استنباط قضايا تحصيل الحاصل المتعادلة من نسق القضايا . فمثلا نظرية فيثاغورس ليست صادقة صوريا الا لانها تشير الى بديهيات اقليدس . وتكون كاذبة صوريا اذا أشرنا بها الى بديهيات لوباتشفسكي أو ريمان . وليس كل هم هندسة اقليدس أن تثبت صدق نظرية فيثاغورس . ولكنها تبرهن على أننا اذا سلمنا بنسق البديهيات الاقليدي نكون ملزمين بالاخذ بصدق نظرية

فيثاغورس وفقا لقواعد الاستدلال . وباختصار لا تبلغنا هندسة اقليدس ما اذا كانت نظرية فيثاغورس صادقة أو كاذبة ولكنها تبلغنا ضرورة الاستلزام المنطقي الذي يستنبط بتحصيل الحاصل هذه النظرية من نسق البديهيات الاقليدي . وينبغي التعبير عن نظرية فيثاغورس في عبارة صحيحة في صورة قضية شرطية «اذا سلمنا بقوانين منطق القضايا ، وسلمنا بنسق بديهيات اقليدس كانت نظرية فيثاغورس صادقة صوريا » .

ومن هنا تعتبر الحقائق الصورية مستقلة عن التجربة والحقيقة الصورية للنظرية التي تقول :

« تستلزم بديهيات اقليدس أن يكون مجموع زوايا المثلث مستقيم الأضلاع معادلة لقائمتين » تشير الى استلزام منطقي لا يقحم المعنى الحسى العينى للحدود «المثلث مستقيم الأضلاع» «الزاوية القائمة» . . . أى أنها لا تقحم التكافؤ بينها وبين أشياء معينة أو فئات من الأشياء أو خصائص وعلاقات لأشياء من العالم المحسوس .

فالاستدلال لا يعتمد الا على صورة الكلام الذى نقوله ولا علاقة له بالمادة التى نتكلم عنها .

ومن المحتمل أن تكون القضية صادقة صوريا وكاذبة ماديا (وماديا هنا نسبة الى المنطق المادى الذى يبحث فى الوقائع المادية الخارجية) أو العكس وفقا لما نضعه منهما موضع الاعتبار . ويمكن أن تكون صوريا كاذبة وصادقة فى آن معا كما هو الشأن فى نظرية فيثاغورس فهى كاذبة اذا نظرنا اليها

فى علاقتها بهندسة ريمان أو لوباتشفسكى وصادقة اذا نظرنا اليها فى علاقتها ببديهيات هندسة اقليدس .

### نظرية المنطق :

واذا أصبح المنطق مجموعة من التطبيقات الاستدلالية على حقائق صورية على النحو الذى وصفنا . . فهل يبقّى هناك مجال بعد ذلك لنظرية فى المنطق .

لاشك فى وجود تفسيرات محددة فى كل منطق وفقا للعادات المكتسبة لدى كل أستاذ أو كل مدرسة فى استخدام الرموز ذاتها . وقد اختلف الكثيرون حول استخدامهم لرمز دون آخر وحول معنى هذا الرمز أو ذاك وطريقة كتابتها خاصة وأن استقرارها فى آخر الأمر أصبح متوقفا على طول ممارستها وتداولها والشكل النهائى الذى تصير اليه .

ولكن السؤال الآن : هل تختفى نظرية المنطق ويعود المنطق الى حالته التطبيقية الخالية من المنظورات العقلية التى تتحرك قضاياء خلالها ، هل يصبح المنطق مجرد تطبيق للقواعد واستنباط صدق قضايا من صدق قضايا أخرى الى ما لا نهاية هل يتحول المنطق الرمضى الجديد الى حساب قضوى يقوم ببعض الاعباء والمهام فى صورة رياضة حديثة أو فى صورة عمليات احصائية ؟ .

الواقع أن مشكلة المنطق الرمضى الجديد تكمن فى درجة الشيوع التى يمكن أن نراها فى تطبيقه حتى يمكن التفكير بعد ذلك فى أوجه الاستفادة العملية منه . ولم يصبح هذا المنطق شائعا بعد لدى الكثيرين ولازال مجرد دروس تؤدى

لاستخدامها مرحليا فى نهم قضايا علمية أخرى متفرقة عنها  
وليس فى استعمال عمليات صورية كاملة فى أوجه مختلفة .

ولكن برغم ذلك كله يمكن القول بأنه قد تشكلت بعض  
صور الاستخدام السريع للمنطق الرمزى الجديد حسب اتجاهات  
ومنظورات فكرية متنوعة .

فهناك بياجيه مثلا الذى لم يلبث أن أجرى تطبيقا فعليا  
للمنطق الرمزى على مراحل النمو العقلى عند الطفل . وصار  
المنطق الرمزى معيارا عنده للنمو من ناحية وللتوازن من  
ناحية أخرى . ولا نملك ازاء هذه الظاهرة من أن نقرر أن  
بياجيه أخضع علم النفس الناسلى لنظرية خاصة به فى التفكير  
الارتقائى فرضت نفسها بالتالى على منطق الرمزى مما  
لا مجال لتفصيله الآن (١) .

وبياجيه قبل كل شئ هو صاحب نظرية المعرفة الناسلية  
التي ألف فيها كتابا من ثلاثة أجزاء كبيرة الحجم وكتابا صغيرا  
آخر فى مجموعة Ouesais-Je الفرنسية ليكون بمثابة تعريف  
عام بالنظرية . وجعل هذه النظرية من شقين : أحدهما نظرية  
المعرفة الناسلية المحدودة وهى مجموع المعارف والمعلومات التي  
تتوفر للباحت النفسى فى علم النفس الناسلى وعلم نفس  
الطفل . ونظرية المعرفة الناسلية العامة وهى عبارة عن  
الرصيد الكامل لكل روافد المعرفة بعد نقلها الى مستوى  
النظرية الفلسفية .

---

(١) راجع للمؤلف كتاب السلوك والادراك فى علم النفس الناسلى  
سنة ١٩٧٢ مكتبة الانجلو المصرية .



وقد ألف جان بياجيه كتابا مستقلا كبحث فى المنطق شرح فى مطلعه الغرض ، والمنهج الخاصين به . وذكر بياجيه الحاجة المناسبة الى نظرية فى المنطق على الرغم من عدم الحاجة الى منظورات عقلية فى المصطلق الرمزي . ويقول بياجيه فى مطلع كتابه أن الجميع يعترفون اليوم بصدق بديهية أو نظرية فى المنطق بعيدا عن الافكار التى يمكن أن تحتفظ بها عن هذا المنطق التصورى بوصفه نظاما عاما . وهذا يدل على أن اللوجيسطيقا قد احتلت مرتبة تعادل مرتبة العلم بكل معنى الكلمة بفضل المناهج الدقيقة التى حلت محل الاجراءات الفكرية واللفظية التى سادت فى المنطق التقليدى . ولكن على الرغم من ذلك فليس الاتفاق كاملا فيما يتعلق بدلالة المبادئ أو الغرض المطلوب أو المناهج المتبعة فى العلوم كلها بما فى ذلك العلوم الاستدلالية . وقد صار شيئا أشبه بالمفارقة أن يضطر المؤلف الى بيان ماسوف يتناوله اذا كان يصدد وضع بحث فى المنطق والى اظهار المناهج التى يعتمد عليها .

وقد حاول بياجيه أن يعرض تعريفا وضعه شارل سرس Serrus لعلم المنطق وهو أنه العلم الوضعى لقوانين الفكر . فلم يلبث أن اكتشف انه سيتعرض لهجوم عنيف من جانب مدرسة أمستردام فى المنطق الرمزي التى ستقول بل هو العلم الوضعى لقوانين التبليغ La Communication وسيتعرض لهجوم آخر من جانب مدرسة حلقة فيينا Wiener-kreis التى لن تلبث أن تقرر أن مبادئ المنطق هى قواعد السينتاكس Syntaxl ومبادئ التراكيب . وقد يختلط قولنا بالتعريف السابق بتعريف آخر وهو علم قوانين علم نفس الفكر - التى كان على رأسها أعلام Denkenpsychologie معروفون كبار من رجال مدرسة

فورتسبورج Wurzburg فنجد منهم من يؤكد أن علم النفس هو الذى يتحكم فى عمليات الفكر وندفع بالتالى الى تيار النفسانيات المختلفة وأصحاب علم النفس الترابطى Assoziation (١)

هذا ولم يذكر بياجيه بقية الاتجاهات التى قد تعارض فى تأسيس المنطق بمنظور معين على الرغم من اتفاقها جميعا على أن المنطق الرمزى هو منطق العمليات الاستدلالية الصورية فهناك مدرسة الوضعية المنطقية الامريكية ممثلة فى كارناب وفى جماعة ال - السيمانطيين . وهناك مدرسة التحليل المنطقى الانجليزية عند آير ومدرسة أكسفورد وكيمبردج من أمثال جون ويزدم وتوماس جرينوود . وهناك المدرسة الوضعية المنطقية الالمانية ممثلة فى اشتيكمولر . وهناك الاتجاه الخاص بالمنطق العضوى عند بواريه فى فرنسا . وهناك أنصار الاكزيوماتيك مثل جودل Godel وجورج بوليغان Georges Bouligand وهناك نظرية الحساب الكامل عند بيرس وكواين Quine وهناك المنطق الصورى لدى دوب Dopp .

والواقع أن أهم وسيلة لاكتشاف ماهية نظرية المنطق هى المنطقة ذاتها .

فالمنطق باختصار هو علم البرهان الذى يميز البرهان الصحيح من الفاسد . وتظهر نظرية المنطق من خلال نوعية الممارسة للعمليات المنطقية ابتداء من مفهومات واضحة عن الطريقة التى يتبعها المرء فى بناء القضايا والاستناد الى صدقها وتحقيق بنائها اللغوى والتركيبى .

---

1- Jean Piaget : Traité de logique p. 2 Paris 1949

# أوليات المنطق الرمزي

## تعريف المنطق

أدى تاريخ المنطق الى انقسامه الى :

١ - صوري

٢ - استقرائي

وتعد كلمة منطق مرادفة في السنوات الأخيرة للمنطق  
الصوري كما هو الشأن في هذا الكتاب . وتنشأ صعوبة  
تعريف المنطق من عدم القدرة على اعطائه تعريفا لا يكون  
أكثر اتساعا أو أكثر ضيقا .

على أننا جميعا نعرف أن المنطق يتعلق بالبرهان . أما  
العلاقة بينهما فليست محددة لدى الناس جميعا . ويقال  
لذلك ان المنطق هو فن البرهان . وهذا من شأنه أن يجعل  
الناس تعتقد أن درسا في المنطق سيجعلهم قادرين على تقليد  
الأدلة في مختلف الاتجاهات . ولعل ذلك نفسه هو سبب يأسهم  
من المنطق بعد الاقبال على دراسته والتعرف على مشاكله  
الحقيقية . لاشك في أن المنطق يقوى قدرة الانسان على  
البرهان شأنه شأن أى علم صحيح . غير أن المنطق يوثق الصلة  
بمدي محدود جدا من العمليات المختلفة التي تأخذ اسم

البرهان • فليست آماذ تطبيق المنطق بنفس التوسع الذى  
يطمع فيه الرأى الشائع •

فالمنطق كعلم صحيح لا يحتوى على كل نماذج البرهان  
الاستنباطى • ومثل ذلك البرهان الذى تستنبط فيه النتائج  
من مقدمات غير متماثلة •

يعنى المنطق فقط بنماذج من الاستدلال من حيث صحته  
وخطئه ، ومن حيث صلاحيته أو عدم صلاحيته بفضل صورة  
الاستدلال وحدها ولا شىء عداها •

ويمكن أن نعرف المنطق مؤقتا كعلم يبحث فى صور  
القضايا (مثل صور الأحكام) وتسلسل القضايا التى تنشئ  
نماذج من الاستدلال • المنطق اذن علم الاستنباط الصورى •  
وهو يصوغ قواعد محددة يسيرة الانطباق لاختبار شتى  
الاستدلالات • وتسمح هذه القواعد ببناء استدلالات ابتداء  
من قائمة من المبادئ •

**الاستدلال الصورى وغير الصورى :**

خذ الأمثلة الآتية :

١ - اذا أطلق حسن النار

أو كان ابراهيم حاضرا عند مقتل فؤاد

فاما أن يكون صفوت قد أقسم حانثا ، أو أن تكون  
السلطة التنفيذية غير مختصة •



٢ - فاذا كان الأمر على النحو التالى :

اما أن ابراهيم كان حاضرا عندما قتل فؤاد أو أن صفوت  
قد أقسم حانثا . .

اذن فالشرطة فاسدة .

٣ - ليست الشرطة فاسدة .

٤ - أطلق حسن النار .

اذا شئنا الاستدلال من هذه القضايا على أن السلطة  
التنفيذية غير مختصة فلن يكون ذلك ميسورا . حتى لو وصلنا  
الى نتيجة فلن نشق تماما فى تدليلنا العقلى .

ولكن اذا استعنا بعدة صيغ منطقية يسيرة التطبيق يمكن  
حل هذه المشكلة وغيرها من المشاكل الاكثر تعقيدا بيقين تام .  
وليست فائدة توفير الوسائل التقنية فى المنطق قاصرة على  
التقليل من فرص الخطأ ولكنها تعد من الجهد العقلى المبذول  
من أجل الحصول على نفس النتائج .

ويمكن الانسياق الى تناول المشكلة التى تتعلق بإمكان  
الاستدلال ابتداء من نموذج القضايا المتتابعة السابقة عن  
طريق المنطق لأن النتيجة الصحيحة تتبع المقدمات صوريا .

ولكن مامعنى «الصورة» فى المنطق

مامعنى «صورة القضية» .

وما معنى «صورة التسلسل الاستنباطى للاستدلال» ؟

وكيف يختلف الاستنباط الصورى من الاستنباط غير  
الصورى ؟ كيف تختلف سلسلة الاستدلال الصحيح بفضل

صورته من سلسلة الاستدلال الصحيح بغير فضل صورته ؟  
لتوضيح ذلك نأخذ هذا المثل :

( أ ) « ليس س من الثدييات » يتلو ولكن غير صوريا من :

( ب ) « س نبات »

تتلو القضية الأولى من الثانية بسبب المعاني الخاصة  
لكلمات : ثدييات ونبات وحدها بحيث يستطيع المرء استنباط  
الواحدة من الأخرى اذا عرف معاني الحدود فقط . فمن ( ب )  
مع هذه :

( ج ) اذا كانت س نباتا .

اذن ليست س من الثدييات .

تتلو ( أ ) صوريا .

واذا لم يعرف الشخص معنى كلمتي « نبات » و « ثدييات »  
وكان كل ما يعرفه هو مبادئ المنطق كان في امكانه أن يؤدي  
استدلالا سليما . اذ يمكن أن نقول اذا تلت قضية قضية أخرى  
صوريا كانت العلاقة المنطقية بين القضايا مستقلة عن معناها  
الخاص . وليس فهم كيفية استقاء قضايا من قضايا أخرى  
بفضل صورتها عن طريق الامثلة نفس الشيء مثل معرفة  
حقيقة الفكر الرئيسية عن الصورة في المنطق . وهذا لا يتوفر  
الا اذا أدركنا حقيقة المنطق بوصفه نظاما تجريديا .

**طبيعة التجريد في المنطق :**

يقال الشيء مجرد اذا نظر اليه معزولا عن أي ارتباطات .

ويهدف بحث العلاقة في الفيزياء على الرغم مما يتضمنه

من تجريب لأجسام معينة فى حالة سقوط أو فى حالة انشقاق  
الى اقامة معالم عامة لأى جسم متحرك دون تعلق بجسم  
بالذات • فمثلا :

$$\text{الطاقة} = \text{الكتلة} \times \text{السرعة}$$

فهذه المعادلة تعزل التصورات الخاصة بالطاقة وبالكتلة  
وبالسرعة من أى ارتباطات مثل «طاقة هذا الجسم الساقط» أو  
«سرعة هذا الصاروخ» •

وكذلك فى الحساب الذى يمثل مرحلة مبكرة وان كانت  
كبيرة فى سبيل التجريد نأخذ الأرقام فى اعتبارنا مستقلة عن  
الاشياء العينية الماثلة كالنقود أو البرتقالات • وتتأدى نتائج  
هذه العملية بطريقة مجردة فى صورة معادلات •

وأهم ميزة لتجريد التصورات من ارتباطاتها العادية هى  
اظهار العلاقات بين التصورات التى لو تركناها لحالها لغمضت  
تحت تأثير فحوى الكلام • وهذا يساعدنا على تحديد قواعد  
عالية التعميم ذات مجال تطبيقى واسع •

وعلى ذلك يكون المنطق تجريديا لانه يهتم بموضوع غير  
تجريبي المحتوى ولان فحوى قضاياها ليس من الكلام العادى  
مثل :

كل الحلاقين ثرثارون

منى وسعاد جايتا أنحاء العالم

إذا استمر فى مهنته التى لا مستقبل لها وصل بالتأكيد  
الى نهاية سيئة • •

فليس موضوع المنطق متعلقا بأفكار تجريبية مثل : ثثار  
والبلاد والمهنة غير ذات المستقبل • بل يعنى المنطق بعناصر  
أخرى للأحكام التى ينتزعها وينظر إليها فى التجريد • وبهذا  
يقوم المنطق بتجريد صورة القضية من محتواها •

وعلى ذلك يمكن تحديد معنى قولنا «صورة القضية»  
بالرجوع الى تصورات سنطلق عليها اسم «الثوابت»  
و «المتغيرات» يمكن أن نحدد هنا مدلول الصورة بتعيين طريقة  
استعمالها فى علاقات مشابهة الى حد ما ولكنها أكثر ألفة •

فنحن نتحدث مثلا عن صورة السوناتا فى الموسيقى •  
وصورة الاغنية أو السونيت فى الشعر ونعنى بها فى كل  
حالة الطريقة التى يتم بها التأليف لانتاج شئ معقد مفرد هو  
المقطوعة أو القصيدة • والتعريف الذى نعطيه للسوناتا من  
حيث الشكل يعين الطريقة التى تؤلف بها عناصرها :

« السوناتا صورة (شكل) ذات ثلاثة أجزاء (أ) تحديد  
أولى للموضوعات (ب) تطورها (ج) اعادة استسلامها » •

ويعين الاسكيم وهو الشكل التخطيطى أو الرسم الاجمالى  
الخاص بالوزن والقافية ، طريقة تأليف العناصر فى السونيت:



الرسم الاجمالى الخاص بالوزن والقافية فى طريقة تأليف العناصر فى  
السونيت :

القافية	الوزن
أ	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ب	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ب	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ا	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
أ	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ب	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ب	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ا	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ج	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
هـ	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
هـ	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
هـ	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
ز	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥
و	— ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥ — ٥

والصورة أو البناء أو الشكل أو الهيئة أو القالب  
التكوينى للسونيت أو للسوناتا عامل مشترك بين أشعار كثيرة  
ومؤلفات موسيقية كثيرة . وبمثل هذا المعنى يستخدم المناطق  
كلمة الصورة عندما يتحدثون عن صورة القضايا .

وتشتبك التصورات عادة فى الحديث العادى وفى اللغة  
العلمية فى صور وأبنية متنوعة متعلقة بالقضايا وتقام  
الاستدلالات وتحدد صحتها وخطأها بالاشارة الى المبادئ  
الصورية . غير أن المبادئ الصورية لاتحظى عادة بالالتفات  
على نحو ما تشغل الصورة فى الموسيقى وفى الشعر جمهورها .  
ولا ينظر الى القضايا سواء كانت بسيطة أو معقدة من حيث

صورها الا فى المنطق أولا وقبل كل شىء . . - فالمناطق  
يقومون بعزل هذه الصور من محتواها الخاص بقصد تحليلها  
التحليل الملائم .

ويقصد المناطق من وراء ذلك استخلاص المبادئ العامة  
التي يمكن استخدامها من أجل اختبار الاستدلالات . وعلى  
ذلك يمكن تعريف المنطق بوصفه : « فن الريادة الصحيحة  
للعقل » (على نحو ما عرفت طائفة بورويال سنة ١٦٦٢)  
وبوصفه العلم الذى يحدد المبادئ بحيث يمكن اختبار صحة  
أى نوع من الاستدلالات الصورية عن طريقها . فقد يكون  
شخص ما قادرا على أن يرى التدليل العقلى المتضمن فى  
البرهان التالى غير صحيح بغير معرفة السبب بوضوح .

كل الثعلبات آكلة لحوم

وكل الثعالب آكلة لحوم

∴ كل الثعلبات ثعالب

ولكن قد لا يرى المرء أن الاستدلال غير صحيح . وبتجريد  
صور هذه القضايا يستطيع المناطق أن يقرروا بوضوح  
وتعميم السبب الذى لا تترتب النتيجة على المقدمة من أجله فى  
المثل السابق .

وما يهم المناطق على حد تعبير رسل فى «مقدمة الى  
الفلسفة الرياضية» (ص ١٩٦ - ١٩٨) يتحدد على هذا  
النحو :

« نحن لانعنى فى هذا الموضوع بالاشياء الجزئية أو  
بالصفات الجزئية . ولكننا نعنى صوريا بما يمكن أن نقوله

عن أى شىء أو أى خاصية ، ونحن على استعداد لأن نقول  $1 + 1 = 2$  ولكن لا أن نقول : سقراط وأفلاطون اثنان لأننا لم نسمع إطلاقاً فى حدود قدراتنا كمناطقه ورياضيين خلص عن سقراط وأفلاطون .

وليس مسموحاً لنا كمناطقه ورياضيين أن نذكر أى شىء على الإطلاق لأننا لو فعلنا ذلك أقحمنا بذلك شيئاً غير متعلق بموضوعنا وغير صوري .

وقد يتضح ذلك بمثل من القياس . فالمنطق التقليدى يقول : « كل الناس فانون » .

سقراط انسان

∴ سقراط فان

ومن الواضح أن مانعنى تقريره هنا هو مجرد كون المقدمات تتضمن النتيجة وليس كون المقدمات والنتيجة صحيحة فعلاً . بل المنطق التقليدى نفسه يشير الى أن الصدق الفعلى فى المقدمات لا علاقة له بالمنطق .

وعلى ذلك فأول تغيير يتبغى أن نجربه فى قياس المنطق التقليدى هو أن نضعه فى الصورة الآتية :

« اذا كان كل الناس فانين وسقراط انسان كان سقراط فانياً » .

ونستطيع أن نلاحظ الآن أن البرهان صادق بفضل صورته أو صيغته لا بفضل الحدود الجزئية الجارية فيه . ويمكن احلال (أ) محل ناس و (ب) محل فانون و (س) محل

سقراط بحيث تكون أ ، ب أى أصناف كانت و س أى فرد .  
وبذلك نصل الى القضية :

لايهم مايمكن أن يكون لـ (أ) ، (ب) ، (س) من قيم .

فإذا كان كل ماهو أ ٠٠٠ هو ب وكان س ٠٠٠ أ

س ٠٠٠ ب

وهاهنا نجد فى النهاية قضية منطقية بالمعنى الصحيح  
وهى القضية الوحيدة المقترحة لتحل محل العبارة التقليدية  
عن سقراط والناس والفناء .

فمن الواضح أن الاستدلال الصورى اذا كان مانهدف  
اليه فسنصل دائما فى النهاية الى قضايا مثل هذه حيث  
لا توجد أشياء أو صفات اطلاقا .

وهذه هى الضرورة التى تفرضها الدراسة المنطقية  
بوصفها صورية بحتة» .

فاذا ما انتهينا من اعداد القضايا الصورية أمكننا  
تنظيمها وفقا لنظام صحيح . أعنى أنها توضع من ثم فى  
نسق استنباطى بحيث يمكن استنباط بعض قضايا من  
مجموعة مختارة من القضايا . ويخضع الاستنباط لقواعد  
مقررة فى الاجراءات . وهندسة اقليدس هى النموذج الحقيقى  
للسق الاستنباطى لكل من درس الرياضيات . فهناك أمكن  
تحديد مجموعة من التصورات والبديهيات التى تتضمن هذه  
التصورات ومنها تجمعت أيضا مجموعة من النظريات  
المبرهنة .





واذا وضعنا بين أقواس كل الوحدات في المثل (١) ، (٢) ،  
فيما عدا كل الكلمات التي تشير في القائمة الى التصورات  
الصورية هكذا . .

١ - كل (الكواكب) تكون (أجسام مضيئة بذاتها) .

٢ - كل (الجان) تكون (كائنات ملتحية) .

ثم نهمل الوحدات بين الأقواس هكذا :

كل (——) تكون (——)

نستطيع اذن على نحو ما أن نرى المقصود من الفرق بين  
صورة القضية وموضوع القضية أو محتواها وفحواها .

فالموضوع أو المحتوى أو الفحوى في القضية يتكون من كل  
هذه الوحدات بغض النظر عن التصورات الصورية بحيث أنه  
إذا اكتملت لنا قائمة بالتصورات الصورية كلها استطعنا أن  
نتبين الموضوع أو الفحوى أو المحتوى في أى قضية من  
القضايا . والصورة هي ما يتكون من التصورات الصورية  
وحدها .

وينظر المناطقة الى المثلين (١) ، (٢) كقضيتين بسيطتين  
في مقابل القضايا المركبة .

ولا تحتوى القضايا البسيطة على قضايا اخرى تكوينية  
بينما تحتوى القضايا المركبة على قضايا اخرى تكوينية .

فمثلا :

(إذا كانت كل النجوم اجساما مضيئة بذاتها لم يكن في  
النجوم كواكب)

تعد قضية مركبة لأنها مزيج من قضيتين بسيطتين :

كل النجوم أجسام مضيئة بذاتها

• لا نجوم كواكب •

موصولتين بعلاقة :

( اذا كان ... اذن ... )

وبالرجوع الى إجراء مشابه للإجراء الذى اتخذناه بشأن القضايا البسيطة يمكننا أن نرى المقصود من عبارة «صورة القضية المركبة» فاذا وضعنا العبارات الأساسية المكونة للقضية فى :

(اذا كانت كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها فليس فى النجوم كواكب) بين أقواس على النحو التالى :

• اذا كانت (كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها) •

• اذن (ليس فى النجوم كواكب) •

ثم نخلع العبارات الأساسية المكونة :

اذا كان (—) اذن (—)

يصبح من الواضح مانقصده بالصورة وما نقصده بالفحوى أو موضوع القضية أو مادة القضية فى القضية المركبة •

وقد اعتدنا حتى الآن أن نقول ان مهمة المنطق الأساسية تختص بالصورة أو بهيكل القضية وكذلك ببعض العلاقات التى يمكن أن تقوم بين القضايا بعضها بعضا مثل علاقة ( اذا كان ... اذن ... )

وعلى ذلك فمن الضروري أن نميز بين صورة القضية وبين العلاقة بين القضايا (على نحو ما يحدد المنطقة هذه العلاقة) . والواقع أن أى علاقة بين قضايا هي مجرد نموذج بين علاقات أخرى عديدة تدخل ضمن ما نسميه صورة القضية .  
فالعلاقة :

( إذا كان . . . اذن . . . )

التي تربط بين القضايا البسيطة التي تدخل فى تكوين القضية المركبة :

إذا كانت النجوم أجساما مضيئة بذاتها .

اذن ليس فى النجوم كواكب .

هي صورة تلك القضية . وتتحول الدراسة للعلاقات بين القضايا الى دراسة لصور القضايا المركبة بحيث تدخل العلاقات بين القضايا ضمن صور القضايا .

وبعبارة أخرى اذا كنا نعى بكلمة قضايا فى عبارة « صور القضايا » كلا من القضايا البسيطة والمركبة ( كما نفعل عادة بالفعل ) فسنحتاج اذن فقط لهذه العبارة ( صور القضايا البسيطة والعلاقات القائمة بين القضايا من أجل تحديد المادة التي يختص المنطق بدراستها .



## أسئلة وتمارين

١ - حاول تحديد ما اذا كان من الممكن اثبات صحة نتائج البراهين الآتية : وبين أسباب ذلك بوضوح :

( أ ) اذا امتلك شخص حصانا اشترى عشبا

غير أنى لا أملك حصانا

وبالتالى لا أشتري عشبا .

( ب ) كل أهل فرجينيا من المكسيكيين

وكل المكسيكيين يتحدثون الانجليزية

اذن كل أهل فرجينيا يتحدثون الانجليزية .

( ج ) اذا توفرت ثلوج ثقيلة

رحلت فرقة الانزلاق على الجليد

واذا رحلت فرقة الانزلاق على الجليد

أقيمت حفلة شاي .

اذن اذا توفرت ثلوج ثقيلة أقيمت حفلة شاي .

( د ) يتعشم حسن نيل الجائزة الأولى .

فاذا تعشم نيل الجائزة الأولى عمل بجهد مضاعف ،

ولكنه اما أن يسقط مريضا فى الامتحان أو لايعمل

بجهد مضاعف واذا سقط مريضا فى الامتحان لن

ينال الجائزة الأولى

اذن لن ينال حسن الجائزة الأولى .

٢ - حاول تحديد ما اذا كان فى الامكان اثبات أى نتيجة من الأحكام الآتية :

( أ ) اما أن يكون (أ) سياسيا ورجلا غير شريف  
والا فهو ليس فى الوضع الذى يسمح بأن يكون اما  
رجلا موسرا أو بلا تقدير كبير .  
اذن (أ) بلا تقدير كبير .  
فهل يمكن اذن اثبات ما اذا كان (أ) سياسيا أم لا ؟

(ب) ١ - اذا كان (أ) هو (ب)

اذن (ص) هو (د)

فاذا كان (أ) هو (ب)

اذن (س) هو (ع)

٢ - (ص) هو (د)

ولكن (س) ليس (ع)

فماذا يمكن اثباته بشأن ما اذا كان (أ) هو (ب)

(ج) ضع العبارات التالية محل - ٢ - فى (ب) وامزج  
كلا منها على حدة برقم - ١ -

- ٢ - ق - اما (ص) ليس (د) أو (س) ليس (ع)

- ٢ - ك - (ص) هو (د) ولكن (س) ليس (ع)

- ٢ - م - (ص) هو (د) و (س) هو (ع)

ما الذى يمكن اثباته فى كل حالة فيما يتعلق بما  
اذا كان (أ) هو (ب) ؟

( د ) اذا ضيع (س) وقته فى اللهو ولم يذاكر دروسه  
سيفشل فى حياته الخاصة وسيكون خسارة بالنسبة  
الى المجتمع .

ولنفرض ان (س) لم يفشل فى حياته الخاصة وأن كونه  
خسارة بالنسبة الى المجتمع أمر غير مؤكد .

فما الذى يمكن اثباته عما اذا كان يضيع وقته فى اللهو  
أو لم يذاكر دروسه .

(هـ) اذا كانت سعاد تحب الحيوانات حقيقة

وكانت تحب الفئران

فهي لاتحب القطط

واذا كانت تحب القطط

فهي لاتحب الكلاب

وسعاد تحب الفئران والقطط والكلاب

فهل هي تحب الحيوانات حقيقة ؟

٣ - (أ) انظر المسألة الآتية :

لنفرض ان السياسيين فى مدينة معينة يكذبون على  
الدوام ، بينما لا يكذب غير السياسيين على الاطلاق . . . .  
ويسأل أحد الوافدين الى المدينة مواطنًا من أبنائها (س) الى  
أى الفئتين ينتمى ؟

- فيقول (ص) ان (س) قال عن نفسه انه ليس سياسيا
- ويقول (ل×) «ليس (س) سياسيا»
- فكم عدد السياسيين وكم عدد غير السياسيين ؟
- ( ملحوظة : هل يمكن أن يقول (س) : «أنا سياسى» ؟
- قان مايقوله (س) بعبارة (ل)
- هل هذه المسألة من النوع الذى يمكن أن يجيبه المنطق ؟
- (ب) اعتاد شاب أن يزور راهبة ولى شبابها واعتقدت
- الرئيسة المسئولة أنه من الضروري أن تسألها عن شخصيته •
- فأجابت الراهبة : انه قريب •
- وسألت الرئيسة : ولكن مانوع القرابة ؟ فأجابت
- الراهبة : انها قرابة شديدة ياسيدتى •
- (ج) اذا كنت صيادا ماهرا
- فاما انك لاتخاف الأسود
- أو أنك لاتخاف الفيلة
- وأنت صياد ماهر
- وتخاف الأسود
- هل يمكن اثبات ما اذا كنت تخاف الفيلة ؟
- هل يمكن الاجابة فى عملية صورية ؟



# الأفكار الأساسية

## التصورات الصورية

نحاول عادة في المنطق التركيز على صورة القضية .  
فهى فى العادة الفكرة الرئيسة التى يلزمنا لتعريفها أن نشير  
الى تصورات تعد بمثابة مواد البناء وهذه التصورات هى التى  
تستخدم فى بناء أشكال القضايا العديدة الموضوعية أمام  
دارسى المنطق .

غير أن هذه التصورات تتميز بأنها صورية . فهى اذن  
من نوع معين . وتعنى صورية أنها تصورات خالية من  
المضمون الشئ وتكتفى بتسجيل معنى واضح . خذ مثلاً  
قولنا : التضمن تصور مجرد . اننا نجد صعوبة شديدة فى  
تعريفه ولا يمكن شرح هذه العبارة الى بالأمثلة العملية .

والأمثلة العملية التى تتميز وتوضح ما يقال عليه  
صورى هى مجموعة التصورات الصورية التى نشير اليها  
بالعلامة . وهكذا لانعرف كلمة صورى عن طريق صفة  
موحدة أو خاصة مشتركة بين كل ما يطلق عليه اسم تصور  
صورى وانما عن طريق تعريف مجال تطبيقها وهو هنا  
مجموعة التصورات الصورية .

ونلاحظ مبدئياً أن هذه المجموعة الاولى لن تكون تامة

وكاملة وانما سيكون ثمة كثير عداها مما سيطلق عليه اسم  
التصورات الصورية .

فالمجموعة الأولى هي أضيق نطاقاً للتصورات الصورية  
الأولية ويتلوها عدد آخر من هذه التصورات يأتي ذكره فيما  
بعد ويطلق عليه اسم المجموعة ( أ ) وهي عبارة عن التصورات  
الصورية التي تجرى بالفعل في سياق القضايا ولا تزال غير  
معروفة لدينا .

بمعنى هذه أن التصورات الصورية تطلق على المجموعة  
الآتية ذكرها فيما بعد هي المجموعة ( أ ) . وسيظل لفظ تصور  
الأولى كما ستطلق أيضاً على مجموعة أخرى غير محددة يأتي  
صوري غير محدد المعالم ولكنه سيعرف بتطبيقاته العملية  
وستزداد ألفتنا له ومعرفتنا به كلما تقدمنا في الدراسة .

وتصورات المجموعة الصورية هي كالاتي :

١ - و

٢ - أو

٣ - لا

٤ - اذا كان . . . اذن . . .

ولا شك انه يوجد حد من هذه الحدود على الاقل في كل  
عبارة مركبة وبعد استكمال هذه التصورات الصورية الثانية  
( أ ) سيوفر احد هذه التصورات في كافة العبارات مركبة  
أو غير مركبة .

ومثل هذه التصورات الصورية التي تظهر بوقوعها في

السياق الخاص بالعبارات ذات المعنى وتتحدد وفقا لمكانها في العبارة هي في الواقع كل مادة البحث المنطقي .

ويعرف المنطق بالتالى على انه مجال الدراسة :

١ - الذى نقوم فيه بتحليل التصورات الصورية في القضايا البسيطة والمركبة (المجموعة والمجموعة (أ) .

٢ - تنتظم القضايا المبنية على هذه التصورات في صورة نسق استدلالى .

### القضايا

القضية هي الوحدة التى يبدأ عندها تحليل التصورات الصورية وهي التى تحتوى على هذه التصورات .

ويمكن تعريف القضية بأنها جملة اخبارية مثل :

لاتمطر السماء ذهابا

وذلك اذا قارناها بالعبارات الخاصة بالاستفهام أو الأمر مثل قول العقاد فى :

### طيور المقبرة

أفوق القبور غناء الغرام وطيب المقام وصفو السمر ؟

دعيتها لناعية فى الدجى وناعق سوء رهيب الخبر

وقد تظن لأول وهلة أن الجملة هي القضية وأن القضية هي الجملة خاصة اذا عرفنا أن القضية تحتوى على بعض الرموز عادة مما يتضمن الإشارة الى جملة عادية .

ولكننا نستطيع أن نؤكد الفارق بين الجملة والقضية اذا  
نظرنا فى الامثلة القادمة :

**هذا اسود**

**This is black**

**ceci est noir**

**Dies ist schwarz**

اذا دققنا النظر عرفنا أن هذه الجمل المختلفة تعبر عن  
نفس القضية فالمعنى هو هو فى كل هذه العبارات أى أن  
القضية التى تعبر عنها كلها واحدة ولا تتغير بينما الرموز  
والعلامات أو الالفاظ (الجمل) تتغير من حالة لأخرى . ولو  
كانت الجملة هى نفسها القضية لقلنا عن هذه الأمثلة انها  
تمثل أربع قضايا مختلفة وأربع جمل مختلفة . ولكن الواقع  
أنها قضية واحدة وأربع جمل .

كذلك نلاحظ أنه كان ينبغى أن تكون هذه الجمل هى هى  
مادامت معانيها فى الانجليزية والعربية والالمانية والفرنسية  
واحدة . ولكن الواقع أنها ليست كذلك . اذ يستطيع المرء  
أن يجد فى تتابع العلامات ما لا يمكن أن يجده فى القضايا .  
فقد تكون مثلا الجملة الالمانية ذات طول يبلغ البوصتين أو  
أنها أطول من الجملة الفرنسية ولكن لا يمكن أن يجد المرء أى  
اختلافات مميزة فى القضية التى تعبر عنها الجمل . اذ يستحيل  
مثلا أن يقال عن معنى الجملة الفرنسية أن طوله بوصتان أو  
عن معنى الجملة العربية أن طوله خمسة سنتيمترات ومعنى  
ذلك كله أنه يستحيل الجمع بين لفظتى قضية وجملة فى هوية  
بحال من الأحوال .



## تعليق :

وقد يرد الى الذهن هنا اعتراض بأن المعنى لا يمكن أن يكون القضية • والعرب القدماء قالوا ان القضية ليست مجرد معنى الموضوع والمحمول فانهما لو اجتمعا فى الذهن بدون الحكم لم يكن الحاصل قضية • ذلك أن القضية انما تتم بمحكوم عليه وهو الموضوع ومحكوم به وهو المحمول ونسبة تربط المحمول الى الموضوع ربط ايجاب أو سلب وهى النسبة الحكمية أو القضوية • وقال ابن سينا فى الشفاء ليس مجموع معانى القضية معنى الموضوع والمحمول بل تحتاج الى أن يعتقد الذهن مع ذلك النسبة بين المعنيين •

فالقضية اذن وفقا لتعريفنا السابق هى النسبة الحكمية أو القضوية التى تبقى فى معنى القضية ذات الأساليب أو الرموز التعبيرية المختلفة •

ولكن من حسن الحظ أن العرب قد تكلموا فى هذا المعنى الذى نحدد به القضية هنا • أعنى أن المناطق العرب (وبخاصة فى حاشية على بن محمد الجرجانى على قطب الدين الرازى على متن الشمسية فى المنطق) يقولون ان القضية تطلق تارة على الملفوظة وتارة على المعقولة والاسم الثانى أولى لان المعتبر هو القضية المعقولة • بل واعتبرت الملفوظة نفسها لدالاتها على المعقولة • فسميت قضية تسمية الدال بالمدلول •

اذن فمن المؤكد أن الكثير من الجمل قد تشير الى قضية معقولة واحدة • فتكون القضية الملفوظة واحدة والجمل المعبرة عنها كثيرة • وهذا هو ما يميز القضية من الجملة • فالقضية اذن هى النسبة الحكمية التقريرية التى تتأدى فى أى تعبير

لغوى ، وفى أى من اللغات • وهى الوحدة التى يبدأ عندها تحليل التصورات الصورية المذكورة فيها • وسنحرص من ثم على التفرقة بين الجملة والقضية فى كل كلامنا القادم بحيث تقتصر الجملة على الإشارة الى الالفاظ التى ترمز الى القضية المعبر عنها وبحيث تقال القضية عند بدء الكلام عن تحليل المعانى أى عن الوحدة الخاضعة للتحليل • وهكذا تكون القضية فى مقابل الجملة التى تعد تحليلا نحويا لاجزاء الكلام .

### الصدق

غير أنه من الشائع والجارى فى باب المنطق بعامة أن القضية هى أى شئ يحتمل الصدق أو الكذب • والصدق والكذب كما نعلم موضوعان يخضعان للبحث الدقيق فى فرع نظرية المعرفة حيث يخصص باب كامل تحت عنوان نظريات الصدق • أما هنا فالمعتاد فى باب المنطق هو اظهار أوجه وأسباب اهتمام المناطق بتصورات الصدق والكذب •

خذ مثلا :

١ - كل الأشقاء ذكور

٢ - اذا كان الشكل مربعا كان ذا أربعة أضلاع •

وفهم الالفاظ المستخدمة فى هذه العبارات يكفى لتحديد صدقها • وعلى ذلك فمعرفة صدقها مستقلة عن ملاحظة مسائل فى الواقع الخارجى •

كذلك :

٣ - بعض الأشكال مربعة وغير رباعية الأضلاع معا •

ويكفى هنا فهم الألفاظ للتأكيد من كذب هذه القضية .  
والمنطق لايهمه الواقع . ومن مثل هذه القضايا يتألف النسق  
الاستدلالي ، ويهتم عالم المنطق بالقضايا مثل :

الدنيا اما ممطرة أو غير ممطرة .

إذا كانت الدنيا غير مشمسة فمن الخطأ أنها مشمسة  
ودافئة معا ، وهي قضايا صحيحة ضرورة بفضل وضعها معا  
أى بفضل صورها . فالعالم المنطقي يهتم بصور هذه القضايا  
لصدقها بفضل صورها .

### المتغيرات

من أجل فحص صورة القضية بدون توقف عند مضمونها  
المعنوى استخدم المناطقة تصورا معروفا لدى الرياضيين وهو  
المتغيرة .

فبواسطة المتغيرات يمكن دراسة صورة القضية بمعزل  
عن عدد لا حد له من القضايا التي تماثلها . والطريقة هي  
احلال متغيرات محل العناصر غير الصورية بالقضية . فمثلا  
انظر الى صورة القضية :

— إذا كانت كل النجوم أجساما مضيئة بذاتها ، فالنجوم  
ليست كواكب .

بمعزل عن مكونات القضية وجدنا أننا استخدمنا متغيرات  
دون أن نعلم . ففي صورة القضية :

إذا ( ) ، اذن ( )

والأقواس الموجودة تحل محل القضايا المكونة التي تلعب

دون متغيرات مادام فى امكاننا ابدالها بأى زوج آخر من القضايا نقبله فنحصل على قضية مدمجة صادقة أو كاذبة .

وكل منا يعرف استخدام المتغيرات فى الرياضيات .

فمثلا : ٢ س = ص

وتصور المتغيرة فى المنطق هو نفس استخدامها فى الرياضيات ، وكل ما بينهما من فرق هو نوع الاشياء التى تنطبق عليها فى كلا المجالين . وفى الرياضيات تعد القيم الخاصة بالمتغيرات اما «أرقام» أو «نقاط» الخ ...

فمثلا : ٢ س + ص = ٥١

والسياق الذى تظهر فيه المتغيرة هو الذى يحدد عادة نوع القيم ، التى تأخذ المتغيرة دلالتها منها .

فمثلا : اذا قلنا  $٧ < س < ٥$  ( < معناها يستلزم )

فاذا حل رقم محل (س) كان ذلك اما صادقا أو كاذبا .

أما اذا أحللنا لونا محلها فلا معنى للعبارة .

واذا قلنا (س ثقيلة) كان معنى ذلك أن (س) شئ من الأشياء التى توصف بأنها ذات وزن ثقيل ولا بد من احلال هذا الشئ محل (س) .

واذا قلنا (س صادقة) كان معنى ذلك أن (س) تعبير يحتمل الصدق والكذب وليس شيئا آخر .

وقد ينصب اهتمامنا على العلاقات بين القضايا بدون

أدنى اهتمام بتحليل القضايا الجزئية صاحبة هذه العلاقات .  
فقد نبدأ بفحص صور القضايا المدمجة compound التي  
تتألف من مركبات components وفي هذه الحالة سنستخدم  
متغيرات مشروطة بشروط أخرى أى أنها متغيرات قيمها  
عبارة عن قضايا أخرى .

فالمتغيرات تقع عادة فى سياق تصور أو عدة تصورات  
معقدة تنطوى على عناصر غير متغيرة ، ويعنينا السياق نفسه  
على تحديد هذه المتغيرات وربطها بفئة معينة من القيم .  
ولا توجد متغيرة تستخدم بمعزل عن ظروف محيطية تتدخل فى  
تحديد صف من القيم ، وبدلاً من استخدام الاقواس للتعبير عن  
صورة القضايا سنستعمل رموزاً تشير الى المتغيرات وسندخل  
رموزاً تشير الى المتغيرات وسندخل فى قائمتنا التى سبقت  
الإشارة اليها التصور الصورى للمتغير . وهذا هو ما نقصده  
بقولنا المتغيرات ذات القيم التى هى نفسها عبارة عن قضايا .  
وليس يهم بأيهما نبدأ لان كل التصورات التى تقع ضمن  
قائمتنا سيجرى استعمالها فى كل من الحالتين : ولن يكون ثمة  
سوى اختلاف واحد ببساطة فى الطريقة التى نستعملها فى  
ترتيب الموضوع المنطقي logical material .

وتتعلق صور القضايا المدمجة compound بصياغة  
ليست شيئاً متغيراً عابراً . بل المتغيرة تحتفظ بهوية يتم  
عدد من القوانين ذات التعميم الكبير التى بفضلها سيتمكن  
اختبار مجال واسع عريض من الاستدلالات الاستنباطية .  
وسيطلق اسم الحساب الاولى للقضايا على هذه الاستدلالات .  
وعند وضعها سنستخدم عدداً من المتغيرات من نوع خاص وهى



ذات القيم المحددة فى شكل قضايا فقط . وتلك القيم اسمها  
«المتغيرات القضية وتتمثلها الرموز :

س ، ص ، ل ، م الخ .

وتضيفها الى قائمتنا من التصورات الصورية هنا  
فتصبح :

١ - لا

٢ - و

٣ - أو

٤ - اذا كان . . . . اذن . . . .

٥ - س ، ص ، ل . . . .

ويلاحظ أن التصورات من (١) الى (٤) هنا تعتبر ثوابت  
لتمييزها من المتغيرات فى رقم (٥) ونرجو العلم بأن المتغيرة  
يتم التعرف عليها فوراً من خلال الظروف المنوعة بواسطة السياق  
المتكرر بحيث يمكن لمتغيرات كثيرة أن توجد معاً فى نفس  
السياق كلا بهويتها الخاصة بها وهذا ما قاله رسل وهوايتهيد  
فى تعريف المتغيرة بمطلع كتاب البرنكيبييا (ص ٤ - ٥)  
فالمتغيرات لا يطلق عليها هذا الاسم لتغيرها الطائش وانما  
لاننا لانستطيع تغير قيمها وأن نجرى تبديلات عليها .

### الدوال القضية

الدالة القضية هي أى مزيج من التصورات الصورية  
وغير الصورية التى تتضمن متغيرات واحدة أو أكثر والتى  
تكون بحيث اذا أحلت القيم محل المتغيرات .

... أعنى اذا ثبتت أو تعينت هذه القيم ... برزت القضية - والمتغيرات التى توجد بالدالة القضية تسمى براهين arguments مثل :

س أحمر

$$٢ \text{ س} = ٢ \text{ ل}$$

فهذه كلها دوال قضوية مدامت تتطابق مع متطلبات واحدة أو أكثر من المتغيرات المتضمنة وتؤدى الى اخضاع القضية بتخصيص وتعيين المتغيرات وبراهينها arguments كالاتى :

س — م ، — س ، ل

وهذه الدوال القضوية وتسمى الدوال للتخفيف تختلف احداها من الاخرى بحكم التقييدات restrictions التى يفرضها السياق على المتغيرات الواردة ، لان صف القيم اما أن يكون أشياء أو قضايا أو أرقاما على التوالى :

ويلاحظ أنه على الرغم من أننا نحصل من الدوال القضوية على القضايا التى اما أن تكون صادقة أو كاذبة فان الدوال القضوية ذاتها التى تنشئ وتبنى القضايا ليست هى نفسها صادقة ولا كاذبة - فمن العبث أن نقول :

س عدد أصلى

صادقة طالما كانت س ليست عددا يمكن باعتباره أو وفقا اليه أن نقول صدقا أو كذبا بأنها عدد أصلى مثل ٢ أول مثل  $\frac{1}{2}$  - وكذلك بالمثل ٢ س = ٢ ل - ليست صادقة ولا كاذبة

لسبب بسيط وهو أن س ، ل متغيرات فى حين أنه  $2 \times 2 = 4$   
التي تنشأ عنها بالابدال صادقة وأن  $2 \times 2 = 3$  كاذبة .  
وفيما يتعلق بالدالة : اذا كان س

يمكن بسهولة ملاحظة أنه لا يمكننا القول بأنها صادقة  
أو كاذبة . ولكن يمكن ذلك فقط اذا أمكن ابدال المتغيرات  
بالقضايا الجزئية .

الدالة الصورية عبارة عن دالة قضوية مؤسسة على انفراد  
من تصورات صورية يمكن القول مؤقتا أن الدالة الصورية  
هى دالة قضوية مؤسسة على انفراد اعتبارا من تصورات  
القائمة وأعنى بها :

« اذا كان . . . اذن . . . » ، « و » ، « أو » والمتغيرات  
القضوية مثل : « س ، ص ، ل ، م الخ . . . »

مثال : « اذا كان كل الحلاقين ثرثارين اذن «ل» ل هذه دالة  
قضوية ولكنها ليست دالة صورية . فنحن نحصل على الدالة  
الصورية اذا أحللنا المتغيرة القضوية «س» محل «كل الحلاقين  
ثرثارون» وتكون الدالة الناتجة :

اذا كان س اذن ل

وبهذا يتم التعريف . وهناك دوال صورية كثيرة جدا  
لم يحن الوقت بعد لاستعمالها لان قائمتنا للتصورات الصورية  
محدودة . وكلما مددنا وتوسعنا فى دراستنا سنتناول أكثر  
وأكثر من هذه الدوال الصورية . ويمكن القول أن الدالة  
الصورية دالة قضوية أقيمت وتأسست بمعزل عن تصورات  
وعن (أ) . ونلاحظ أننا سبق أن أشرنا فى صدر هذا الفصل  
الى أنه سيتلو قائمة أخرى (أ) وهى عبارة عن التصورات

الصورية التي تجرى بالفعل فى سياق القضايا ، فالمجموعة (أ) مجموعة غير معينة •

وصورة القضية اذن هى الدالة الصورية التي نحصل عليها اذا أحللنا المتغيرات المناسبة محل كل التصورات غير الصورية سواء من المجموعة أو من (أ) • أو بعبارة أخرى صورة القضية تكمل باحلال المتغيرات المناسبة محل التصورات غير الصورية من القائمة أو (أ) • فصورة القضية عبارة عن الدالة الصورية التي تمثلها القضية • وخاصة تعد صورة القضية المدمجة دالة صورية تتحقق باحلال المتغيرات القضوية محل كل مكونات القضية ، وباحلال المتغيرات المختلفة محل القضايا المختلفة ، وباحلال نفس المتغيرة ذات الهوية المحددة دائما محل نفس القضية التي قد تتكرر مرات عديدة فى القضية المدمجة •

فمثلا صورة القضية :

« اذا كان الجليد يتساقط أو الدنيا تمطر ، فالدنيا تمطر أو الجليد يتساقط •

هى «اذا كان س أو ص اذن ص أو س» •

والدوال الصورية هى أيضا صور للقضايا المدمجة وتنتمى الى فئة الدول المسماة بدوال الصدق • وتعريف دالة الصدق هو أنها دالة قضوية على شرط أن تكون :

( أ ) كل متغيراتها متغيرات قضوية •

(ب) قيمة الصدق الخاصة بالقضية والناشئة عن احلال القضايا ذات التعيين المحدد محل المتغيرات يتم تحديدها على انفراد بواسطة قيم الصدق الخاصة بالقضايا المكونة •

فدالة الصدق لأي قضية هي أن القضية صادقة أو كاذبة .  
فيقال قيمة صدقها تكون صادقة اذا صدقت القضية وكاذبة  
حين تكذب . ومن الواضح من هذا التعريف الخاص بدالة  
الصدق أن الدالة القضوية :

س أحمر

ليست دالة صدق لأن س ليست متغيرة قضوية وسيتضح  
كذلك أن الدوال القضوية مثل :

حسن يعتقد أن س

حسن يؤكد أن س

( وهذه تسميها البرنكيبييا دوال خاصة بالمفهوم The  
conjunctive proposition هي المتغيرة الوحيدة التي لا تكون المتغيرة  
القضوية دوال صدق بالنسبة اليها لأن قيمة الصدق الخاصة  
بالقضية والناجمة عن اجراء تبديل في (س) لا تتغير ولا تتعدد  
بواسطة قيمة الصدق الخاصة بالقضية التي يجرى عليها  
التعديل .

لنفرض أن (س) في عبارة : «حسن يعتقد أن س» حل  
محلها «هناك حياة بعد الموت» .

ولنفرض كذلك أن هذه القضية كاذبة :

فان كذب هذه القضية أي مسألة صدقها لا تشير الى صدق  
أو كذب العبارة التي يعتقد فيها حسن . ومهما تكن القضية  
التي نحلها محل س مع اعطائها قيمة الصدق الخاصة بها فانها  
تدع «حسن يعتقد أن س» باقية بلا تحديد .



التالية هي دوال صدق :  
وعلى عكس هذه الدوال القضيوية ، فالدوال القضيوية

انها تمطر و س

س ، ص

وسنفرق بين هاتين القضيتين باطلاق اسم دالة الصدق  
لأنها تتألف بأكملها من ثوابت منطقية ومتغيرات . وكلاهما  
« غير الصورية » على الأولى لأنها غير مؤسسة على تصورات  
المجموعة وحدها . وسنطلق على الثانية دالة الصدق الصورية  
معد بحيث تكون دالة الصدق لأي قضية مدمجة ناجمة عن  
احلال المتغيرات محل القضايا معتمدة على ومحددة بواسطة  
قيم الصدق الخاصة بالقضايا المستبدلة .

« انها تمطر وترعد »

هي نتيجة الاستبدال للدالة س ، س

واذا قدرنا للقضيتين

انها تمطر

انها ترعد

دالتى الصدق على التوالى :

صادقة - كاذبة

كاذبة - صادقة

كاذبة - كاذبة

The conjunctive proposition فلا بد أن نصف قضية الوصل  
بأنها كاذبة .

- اذا كانت المكونتان صادقتين فقضية الوصل صادقة .
- ومن الواضح أن هذا ينطبق على كل صورة قضية .

س ، ص

اذ أنه لا يهتم استبدال القضايا بمتغيرات من س ، ص  
وانما تتحدد دالة الصديق فقط من دوال الصديق الخاصة  
بمكوناتها . ولا يسرى هذا على س ، ص فقط ولكن هذه ميزة  
تخصيصية لتعريف أية دالة صديق .

### المنطق الرمزي والمنطق التقليدي

يوجد موضوع واحد فقط للمنطق التقليدي والمنطق  
الرمزي وهو التصورات الصورية . واذا تركنا جانبا  
استخدام الرموز الذي يسمح بتعبير أدق وأسهل في الاستدلال  
فالاختلاف الوحيد بين المنطقيين الرمزي والتقليدي هو في  
التحليلات الأكثر دقة وامتدادا التي قام بها المناطق حول  
موضوعهما المشترك .

وبمجرد السيطرة والتمكن من الرموز في المنطق الجديد  
تختفي الصعوبات وقيمة الرموز هو تيسير التقليد وتذليل  
عقباته مع اشباعه بدرجة أكبر من الدقة فالرموز تحقق  
الاستدلالات آليا بالعين بدلا من استعمال ملكات عقلية عالية  
كما يقول هوايتيهد في مقدمة الرياضيات ص ٦١ - نيويورك  
سنة ١٩١١ .

## الفصل الثالث

### دوال الصدق

contradictory	١ - س	دالة التناقض
conjunctive	٢ - س • ص	دالة الوصل
disjunctive	٣ - س ٧ ص	دالة الفصل
implicative	٤ - س < س	دالة الاستلزام

دوال الصدق البسيطة المذكورة هنا مبنية على الادوات المنطقية من قائمتنا مع الحرص على اعطاء تعريفات للثوابت التي تتخللها واظهار علاقات بعضها ببعض .

وهناك دالات أكثر تعقيدا تتألف من ادماج هذه الدالات البسيطة للصدق .

ودوال الصدق هي :

لا - س

س ، ص

س أو ص

إذا كان س ∴ ص

والأولى متغيرة قضوية مفردة وليس لها مظهر دالة الصدق .  
ولكنها تخضع لكل شروط تعريف دالة الصدق :

١ - فكل متغيراتها متغيرات قضوية

٢ - ودالة الصدق في القضية تنشأ من استبدال متغيراتها  
وهي هنا تتوقف فقط على دالات الصدق للقضايا  
المستبدلة .

وعلى الرغم من أن س دالة صدق فليس لها اعتبار خاص  
مثل الأربع الأخرى ولتيسير فهم هذه الدالات وتداولها لزم  
وضعها في صورة رمزية مناسبة وهي التي سبق ذكرها في  
مطلع الفصل باسم دالات الصدق البسيطة

لا س	تصبح	س ~
س ، ص	تصبح	س • ص
اما س أو ص	تصبح	س ۷ ص
إذا كان س أو ص	تصبح	س < ص

### دالة التناقض :

~ تعنى من الخطأ أن :

فاذا شئنا احلال س محل : كل الناس فانون

ونفيناها حصلنا على ~ س

وهذه الدالة ~ س تناقض س .

ولذلك ~ س تسمى دالة التناقض .

والدالة المتناقضة ذاتيا تصبح س • ~ س •

## دالة الوصل :

فى معظم الأحوال «و» العطف تستخدم لوصل عبارتین كل منهما ذات صلة بالآخرى ليس من حيث المعنى ولكن من حيث صدق كل منهما .

«و» العطف تستخدم فى المنطق للإشارة الى الصدق الموصول فى قضيتين صادقتين بغض النظر عن دواعى الوصل .

فإذا قلنا :

« الديناصور عاش فى فترة ما على الأرض والعشب يحتاج الى خلمه » لم تكن هناك صلة اطلاقاً من حيث المعنى بين العبارتين ، لكنهما متصلتان بصلة واحدة وهى صدق كل منهما شالعطف بينهما له استخدام منطقى صحيح . فاحتياجات المنطق صورية بحتة . والمهم هو مجرد فكرة وجود قضيتين أو أكثر صادقة وموصولة من حيث الصدق .

ويستخدم الرمز ( . ) للدلالة على واو العطف . وبدلاً من أن نقول (و) للوصل بين العبارتين السابقتين يمكن القول :

« الديناصور عاش فى فترة ما على الأرض . العشب يحتاج الى خلمه » ، فإذا رمزنا الى القضية الاولى برمز س ورمزنا الى الثانية بالرمز ص حصلنا على دالة الصدق

س . ص

ومعناها أن س وص صادقتان وأتبعهما موصولتان من حيث صدقهما . وهى تسمى دالة الوصل .



## دالة الفصل :

سقراط رجل أو سقراط أنثى

و«أو» هنا تعنى أن واحدة فقط من القضيتين صادقة ولكن ليس كلاهما معا .

أما فى المنطق فتترجم هذه العبارة الى :

واحدة من القضيتين « سقراط رجل » ، « سقراط أنثى » صادقة ولكن ليست كلاهما صادقتين .

ونعيد ترجمة هذه كما يلى :

واحدة على الأقل وواحدة على الأكثر من القضيتين « سقراط رجل » «و» «سقراط امرأة» صادقة .

وهنا يصبح معنى «أو» معددا تحديدا قاطعا لأنها تستبعد الصدق الموصول فى القضيتين - (لاحظ أنها لا تحدد أيهما الصادقة وأيهما غير الصادقة) .

فاعتمادا على هذا المعنى الخاص لرمز «أو» بوصفه يعبر عن أن احدى البديلتين على الأقل واحداهما على الأكثر تكون صادقة . فالرمز «أو» يعنى أن القضيتين البديلتين اللتين تربطهما احداهما على الأقل واحداهما على الأكثر صادقة . وفى المثل المتقدم يستحيل أن تكون البديلتان صادقتين من حيث التصور فسقراط رجل تستبعد بالضرورة سقراط أنثى . فعلى الأكثر واحدة من هاتين يمكن أن تكون صادقة . ولكن الاستخدام السائد للرمز «أو» هو دلالتها على «أما هذه أو تلك وليس كلاهما» وهكذا نستبعد امكان أن تكون أكثر من واحدة منهما صادقة وان كان من الممكن أن توجد بدائل يمكن

أن تصدق ولكن خارج هذا المجال المحدد . فمثلا اشرب  
الشاي أو القهوة أو اللبن . فالمقصود اباحة الاختيار ولكن  
هذا لا يمنع تصورا امكان شرب أكثر من مشروب . وفي  
العبارة أعطيك معطفي أو مظلتى قد تعنى تخصيص احدى  
البديلتين ولكن لاتعنى عدم امكان الجمع بين الاثنين فى ظروف  
بعيدة عن هذه ، أو فى الواقع .

وفى كل استعمالاتها «أو» تشير الى أنه على الأقل واحدة  
صحيحة .

وهكذا «أو» تصبح «٧» لتعنى الفصل بهذه الصورة  
المنطقية وبدلا من «اما س أو ص صادقة» .

نقول س ٧ ص

ودالة الصديق فى س ٧ ص تسمى دالة الفصل وأحيانا  
تسمى المجموع المنطقى للرمزين س ، ص .

**دالة الاستلزام :**

نحن نسمع عادة :

— اذا شبت الحرب فستعود الهجرة

— اذا قرأت الصحف سأبقى على مقربة من الاعمال

العامة .

ويمكن قراءة هاتين كما يلى :

— اذا كانت «الحرب شبت» صادقة .

كانت «ستعود الهجرة» صادقة .

— اذا كانت «أقرأ الصحف» صادقة

كانت «أبقى على مقربة من الاعمال العامة» صادقة •  
وهناك قراءة أخرى

— «الحرب تشب» تستلزم «عودة الهجرة»  
«أقرأ الصحف» تستلزم «البقاء على مقربة من الاعمال العامة» •

ولهذا فكل قضية مدمجة صورتها كما يلي :  
إذا كان س صادقة ∴ ص صادقة  
تسمى قضية استلزام حيث تكون س متقدمة أو افتراضية  
وص التالية • ورمزها هو < ويقرأ أحيانا يستلزم  
موضوعيا» (١) •  
وهذه هي دالة الاستلزام •

### الثوابت المنطقية

الدوال الصورية هي المسماة بدوال الصدق •

مثل ~ س

س • ص

س ∨ ص

س < ص

وهذه مبنية فقط على تصورات القائمة والمتغيرات س ،  
ص ، ل والثوابت « ~ » ، « • » ، « ∨ » ، « < »

---

(١) سبقت ترجمتها ماديا والأصح موضوعيا أى من حيث الموضوع •

ومن الممكن انشاء دوال صدق أكثر تعقيدا من هذه وهى  
الدوال التى تستخدم أكثر من ثابتة وأى عدد من المتغيرات .

وفى حالة انشاء دوال صدق جديدة فانها ستكون  
مستخلصة derivable بحكم تداخل التعاريف interdefinability  
فالتصورات الاولى مثل التى نستخلص منها كل التصورات  
الآخرى هى تصورات أولية .

والمهم فى مبدأ الاقتصاد فى الفكر وخاصة فى المنطق  
الرمزى الاقتصار على عدد قليل من الاوليات Primitives  
لنبدأ منها ، والرمز  $\hookrightarrow$  هو الذى يسمى أوليا بصفة مطلقة  
لانه فعلا أكثرها أولية وتقبل التعريف مستقلة عن « . » ،  
« ٧ » ، « < » .

أما غيرها بمساعدتها يمكن تعريفها جميعا . ويمكن  
البدء بالثابتة  $\hookrightarrow$  والثلاث ثوابت الأخرى هى الثوابت الأولية  
الأخرى وهى أولية نسبيا .

فاذا استخرجنا قوائم ١ ٢ ٣ ٠٠٠ ن

١ - بواسطة  $\hookrightarrow$  ، ٧٧ يمكن تعريف

الوصل « . »

والاستلزام « < »

٢ - بواسطة  $\hookrightarrow$  ، . يمكن تعريف

الفصل « ٧ »

والاستلزام « < »

٣ - بواسطة ٨٠ يمكن تعريف

الوصل « ٠ »

والفصل « ٧ »

### ماهو التعريف

يرمز له «تف» (أى أول حرف وآخر حرف فى تعريف)

التعريف التحليلى س بنت ل = س أنثى ٠ أبوها ط (تف)

التعريف اللفظى س ٠ ص = س و ص (تف)

### تداخل التعريفات :

باستثناء ٧ يمكن أن تكون بقية الثوابت متداخلة فى

تعريفاتها

### تعريف الفصل بحدود النفى والوصل :

س ٧ ص = س ٧ س ٠ ٧ ص (تف

مشكلة تعريف الفصل بحدود النفى والوصل معادلة

لمشكلة اكتشاف تعبير مؤلف فقط من ( ~ ) ، ( ٠ ) ومع

متغيرات تحمل نفس المعنى مثل س ٧ ص ٠

وقد لايتضح لأول وهلة أن معنى «٧» مرتبط بشكل ما

بمعنى « ٠ »

ولكن بفحص تعبير الفصل (اما س أو ص) سيتضح لنا

أنهما متصلتان ٠

فيما يقوله هذا التعبير هو أنه على الأقل أحد البرهانين



س ، ص صادقة مع امكان أن يكون كلاهما صحيحا • فتوجد  
ثلاث احتمالات اجمالا •

اما أن س صادقة

أو ص صادقة

أو أنهما كليهما صادقتان •

ولكن عبارة «على الأقل واحدة صادقة» يقرر أن واحدة  
من الامكانيات الثلاث صادقة • والامكانية الوحيدة المستبعدة  
بالعبارة «على الأقل واحدة •••» (وتلك هي امكانية الصدق  
الوحيدة للبراهين بالاضافة الى الامكانيات الثلاث) هي أن كلا  
من س ، ص كاذبتان أي أن :

~ س • ~ ص

وبالتالي عند اقرار أن واحدة فقط على الأقل صادقة مع  
بين القضايا س ، ص كأن التعبير •

س ٧ ص

نفيا قاطعا ان كليهما كاذبتان أي

~ ( ~ س ~ ص )

وعلى العكس لانكار أن س ، ص كاذبتان معا قوة في  
اقرار أن واحدة على الأقل صادقة • أعني أن نفى الكذب عن  
س وعن ص يؤكد بقوة ظاهرة أن واحدة منهما صادقة على  
الأقل • لان عبارة «ليس كلاهما كاذبتين» يفتح المجال أمام  
الامكانيات الثلاث من خلال التعبير «على الأقل واحدة من  
بينها •• صادقة» ويبقى الامل في أن س صادقة وص صادقة

وكليهما صادقتان • وعند إنكار الكذب المشترك عن س ، ص  
لا يتم اقرار واحدة فقط بين هذه الامكانيات • وعلى الأخص  
لا يتحقق اقرار أن س ، ص كليهما صادقتان • وتقوم ~  
( ~ س • ~ ص )

بنفس الدور الذى تقوم به

س ٧ ص

فى استلزام ان واحدة فقط من الامكانيات الثلاث صادقة  
دون تحديد لايها •

وقد نصل الى نتيجة أنه مادام اقرار الصدق عن واحدة  
على الاقل من الامكانيات الثلاث يحمل قوة الانكار لكذب  
كليهما معا ، وما دام نفى ان كليهما كاذبتان يحمل قوة  
الاقرار بأن واحدة على الاقل صادقة ، تصبح العبارة :

ليس من الصحيح ان س ، ص كليهما كاذبتان معادلة  
تماما فى المعنى للعبارة :

اما هذه أو تلك ، س ، ص ، صادقة أو كلاهما :

وعندئذ نكون قد حصلنا على التعريف التحليلي :

س ٧ ص = ~ ( ~ س • ~ ص ) تف

حيث تكون المعرفات محتوية فقط على فكرتى ~ و

وبالنظر الى القضايا التالية المدمجة ذات الصور ( س ٧

ص ) ، ~ ( ~ س • ~ ص ) على التوالى ستوضح لنا  
رؤية ان التعريف السابق تحليلي •

— اما حسن أو خليل سيذهب الى الحفلة ( وهى ايجاز أو  
اختصار لقولنا على الاقل واحدة من القضيتين التقريريتين

حسن سيذهب الى الحفلة ، خليل سيذهب الى الحفلة صادفة ) •

وكذلك •

– من الكذب أن حسن و خليل كليهما لن يذهبا الى الحفلة ...

والأخيرة مجرد طريقة معقدة للقول بأن واحدا على الاقل من بينهما سيذهب الى الحفلة • ولاحظ أنه لم ينص على أن أكثر من واحد سيذهب الى الحفلة وان بقيت هذه ممكنة •

كذلك انظر الى القضايا :

– حسن اما قلق أو مريض •

وكذلك

– ليس صحيحا أن ( حسن ليس قلقا وليس مريضا معا ) فهاتان القضيتان تقررا نفس الشيء كما أنه سيصبح أكثر وضوحا اذا لاحظنا ان التعبير بين الاقواس مكافئ في المعنى للقضية •

– حسن لا هو بالقلق والا هو بالمرض •

فإنكار قضية لا هذا ..... ولا ذاك ..... ونفى ان حسن لا هو قلق ولا هو مريض يؤدي الى اقرار اما ..... أو ..... اى ان يكون قلقا أو أن يكون مريضا •

والهوية بين الدالات س ٧ ص ، ~ ( ~ س • ~ ص ) يمكن عرضها بطريقة مختلفة عن طريق ما يلي : فنقيض أى دالة ع هو نفى هذه الدالة أى ~ ع فسيكون واضحا اذن ان نفى هذا النقيض يعود الى تصويب الدالة الاصلية أيضا وكذب ~ ع أى ~ ( ~ ع ) يؤدي ببساطة الى ع وبالمثل فى حالة نفى الدالة س ٧ ص •

— ( س ص )

فعند ما يتم نفيها نحصل مرة أخرى على س ٧ ص وعلى ذلك ~ ( س ٧ ص ) تعنى أنه من الكذب أن تكون واحدة على الأقل صادقة من بين س ، ص : أو أنه من الكذب حتى أن تكون واحدة صادقة أو من الكذب أن تكون كلاهما صادقة . وكل هذا يعنى أنه لا س ولا ص صادقة أو أن كليهما كاذبتان .

— س ~ ص

وعلى هذا فنقيض س ٧ ص هي نفس ~ ص ~ س وبنفى هذا النقيض نحصل على — ( س ~ ص ) ونصل الى دالتنا الاصلية س ٧ ص وتعريفها .

س ٧ ص = ~ ( س ~ ص ) تف

تعريف الوصل بحدود النفي والفصل

— تف س ~ ص = ~ ( س ٧ ص )

فاذا أخذنا ~ ٧ بوصفها الثوابت الأولية يمكننا تعريف .  
» . « فالعبارة .

س ~ ص

تقرر أن س ، ص كليهما صادق . وتلك هي نفس الشيء مثل قولنا انه من الكذب أن تكون احدهما كاذبة فكلاهما صادقة تعطى تأثيرا بنفى الكذب عن أيهما . وقولنا ليس صحيحا ان واحدة أو الاخرى كاذبة لا يحمل الدلالة باثبات صدق كليهما . مثلا .

— لندن ونيويورك كلاهما مدينة كبيرة .

تعنى :

— من الكذب سواء ألا تكون لندن مدينة كبيرة أو ألا تكون  
نيويورك مدينة كبيرة .

وصورة هذه الأخيرة كالاتى :

— ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

وتحمل دلالة بأنه من الكذب أنه على الاقل واحدة من  
القضيتين س ، ص كاذبة أو أنه من الكذب حتى أن تكون  
واحدة منهما كاذبة وعلى ذلك نخبرنا أن كليهما صادقة . وعلى  
ذلك نحصل على تعريف .

— تف — س . ص = ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

ويمكن انشاء هذه الهوية باستدلال مختلف بعض الشيء:

فنقيض س . ص هو

— ~ ( س . ص )

وهو يقرر أنه من الكذب أن يكون كلا س ، ص صادقة  
وهي نفس الشيء مثل تقرير أنه على الاقل واحدة كاذبة :

~ س ٧ ~ ص

وبنفى هذا النقيض نحصل على ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

ونصل الى الدالة الاصلية :

-- ~ س . ص

لأن القول بأنه من الكذب أن يكون كلا ~ س ٧ ~ ص  
ص صادقتين هو نفس القول بأنه لا ~ س ولا ~ ص



صادقة أو أن كلي ~ س و ~ ص كاذبتان ( مثل س • ص )  
وعندئذ نصل الى التعريف :

تف - س • ص = ~ ( ~ س ٧ ~ ص )

ويتضح لنا الآن معنى أولى نسبيا عندما نقرر أن كلا من  
الوصل والفصل أوليان نسبيا أحدهما للآخر • ويمكن تعريف  
كل منهما بواسطة الآخر بإضافة عامل النفي •

تف - س ٧ ص = ~ ( ~ س • ~ ص )

ولا يهم الآن أى التصورين « • » أو « ٧ » هو الذى يعد  
تصورا أوليا •

### معنى «أو» الأوحد

من المهم الآن أن نرى كيف يمكن تحديد وتعريف المعنى  
المتكرر عادة فى لغتنا العادية • فتشير «أو» الى الفصل فقط  
وهذا فى الواقع أكثر تعقيدا من التصور «على الأقل واحدة»  
الذى يتضمن كلا التصورين «على الأقل واحدة» وتصور كل  
من «لا» ، «و» • وعموما نقدم البدائل التى يستبعد احدها  
الآخر ثم يأتى استخدام «أو» لاقرار وصل معقد معناه أنه على  
الأقل واحدة من بين القضايا التى تقوم بربطها صادقة وكذلك  
أنه ليس الاثنان معا صادقتين • أى أننا نؤكد ونقرر أن واحدة  
غير مخصصة بالذات من بين البدائل هى الصادقة وفى حالة  
وجود بديلتين فقط نستبعد صدق كليهما • وفى حالة وجود  
بدائل أكثر فنحن نقوم بالاضافة الى ذلك باستبعاد الصدق  
المشترك بين أى زوج فرعى آخر • • • فمثلا :

– فى امكانك أن تتناول شايا أو قهوة بدون تكاليف  
اضافية •

تعنى أنه فى امكانك تناول أيهما ولكن ليس كلاهما فى  
آن :

– فى امكانك أن تتناول شايا ، قهوة أو لبنا . . .

تعنى أنه يمكنك أن تتناول أحد الثلاثة ولكن ليس شايا  
وقهوة معا وليس شايا ولبنا معا وليس قهوة ولبنا معا • عموما  
يمكن تعريف «س أو ص» حيث تكون «أ و» ذات معنى واحد  
لاغير مثل :

-- ( س ٧ ص ) ~ ( س . ص )

وكذلك س أو ص أو ل مثل

– ( س ٧ ص ٧ ل ) ~ ( س . ص ) ~ ( س . ل ) ~ ( ص . ل )

ويسكن القارئ من هذه الأخيرة أن يرى كيف نتقدم فى  
تعريف أى مجموعة (ن) من البدائل التى يستبعد بعضها  
بعضا •

ويلاحظ أنه حيثما كان الاستبعاد تصوريا كما هو الحال  
فى :

– اما أن يكون قد قتل أو انتحر أو مات عرضا •  
للمقارنة بينها وبين الحالات المتعارضة حيث يكون كل شئ  
واقعا مثل :

– يمكن أخذ الغرفة ١٦ – ١٧ أو ١٨

حيث أى وصل بين الأزواج من البدائل يؤدى الى عدم  
التوافق الذاتى فى التعبير • إذ أنه على الأكثر واحدة فقط

يمكن عقلا أن تكون صادقة وسواء كان الاستبعاد واقعا أو  
تصوريا فذلك ماسيتقرر ويتحدد من خلال القضايا المتصلة  
أو المفصلة .

الاستلزام المادى (ونسيميه الموضوعى لانه يتصل بموضوع  
الكلام ومادته) وتعريفه بواسطة حدود النفى والفصل  
• تف س < ص ~ س ٧ ص

فكرة الاستلزام أصعب من أية فكرة سابقة وتعريفها فى  
حدود « ~ » ، « ٧ » ستصدم القارئ بعض الشيء فى أول  
الأمر . ولكن سندرسها فيما بعد بالتفصيل بعد اختفاء  
الغربة . ولكن نحاول الآن تعريفها بمعاونة أمثلة من الكلام  
العام العادى . العبارة التالية :

١ - اذا ظللت تعود متأخرا الى البيت فسأعرف سر ذلك يمكن  
اعادة كتابتها كما يلى :

٢ - أنت تعود متأخرا الى البيت < سأعرف سر ذلك وهى  
بطبيعة الحال قيمة دالة الاستلزام .

س < ص

وسيكون من الواضح أن القضية (١) لاتقول شيئا لايرد  
فى قولنا .

٣ - اما أن تكف عن الاستمرار فى العودة متأخرا الى البيت  
أو اننى سأعرف سر ذلك وهو يعنى تماما قولنا .

٤ - ~ (تظل تعود متأخرا الى البيت) ٧ سأعرف سر ذلك .  
وهذا كله يبرر استعمال التعريف التالى :

تف س < ص ~ ص ٧ ص

وعلى الرغم من أن هذا التعريف قد يبدو صيغة الفصل بدلا من صيغة «اما ... أو ...» كما نعمل عادة ، سوف نتحقق بديهيًا انهما كليهما يعبران عن نفس الشيء . مثلا بدلا من القول :

— اذا صار عزيز فى الجيش سأفقد قميصا نقول :

— اما ألا يذهب عزيز الى الجيش أو سأفقد قميصا وبدلا من قولنا ...

— اذا كان فهذا فهو من النوع الوحش نقول مايلي :

— اما أنه ليس فهذا أو أنه وحش .

وهذه الامثلة تشير خصوصا الى «اذا كان ... اذن ...» وكيف تتحول قضاياها الى قضايا فصل ، ومما يلي سنعرف كيف يؤدي تحويل العكس من الفصل الى الاستلزام . افرض أن احدى الاثنتين ~ س ، ص صادقة أو أن « ~ س ٧ ص » صادقة . فاذا كانت « ~ س » كاذبة وجب أن تكون «ص» صادقة . لانه اذا كان الفصل صحيحا فافتراض أن احدى البديلتين كاذبة يستلزم صدق الاخرى ولكن القضية «اذ كانت ~ س كاذبة ، س صادقة» تصبح نفس الشيء مثل :

س ~ ص

**تعريف الاستلزام المادى (أو الموضوعى) بحدود**

**النقى والوصل**

تف س < ص = ~ ( س . ~ ص )

وهذا التعريف سيظهر فقط باستخدام الامثلة .

خذ العبارة التالية :

— ليس صحيحا أننى فى آن معا أسوق سيارتى بالمدينة  
ولا أشتري بدلة . . .

وهذه صيغتها كالاتى :

— ( س . ~ ص )

فهى تتألف من نفى للوصل فى القضية الأولى منه مثبتة  
والثانية منفية . فيها نفى للوصل — نفى أن س صادقة  
فى وصلها بالكذب فى ص — وهو مايعنى انه اذا كانت س  
غير صادقة ص كاذبة (أو ص صادقة) وهى تعنى بعبارة أخرى  
أن :

— اذا كنت أسوق سيارتى بالمدينة فمن الكذب أننى  
لا أشتري بدلة ، وهى نفس الشئ مثل قولى :

— اذا سقت سيارتى بالمدينة سأشتري بدلة .

وتلك صورتها كالاتى :

س < ص

وبالتالى فالتعريف المطلوب كالاتى :

نف س < ص = ~ ( س . ~ ص )

ولاعطاء أمثلة أخرى

— ليس صحيحا أن هذا المخلوق عنكبوت وليس ذا ثمانية  
أرجل فى آن معا وهذه تعنى .

— اذا كان هذا المخلوق عنكبوتا فهو ذو ٨ أقدام

وكذلك



— ليس صحيحا أو حسن عامل وليس نقابيا

وهذه نفس الشيء مثل

— اذا كان حسن عاملا فهو نقابى .

**تعريف الوصل والفصل فى حدود النفى والاستلزام المادى :**

تف س . ص = ~ ( س < ~ ص )

تف س ٧ ص = ~ س < ~ ص

تعريف الوصل والفصل بواسطة «الاستلزام» أقل وضوحا  
مما سبق .

وبدراسة أزواج القضايا القادمة يرينا كيف يمكن  
المحصل على تعريف الوصل بحدود النفى والاستلزام المادى .

— من الكذب أنه لو سافر الى اوربا فلن يسافر بالطائرة .

— من الصحيح أنه معا سيذهب الى اوربا ويسافر بالطائرة

والقضية التى تقول انه اذا ذهب الى اوربا فلن يسافر  
بالطائرة كاذبة فى حالة واحدة فقط وهى عندما تكون قضية

انه معا سيسافر الى اوربا ويسافر بالطائرة صادقة . وكذلك  
توجد هوية بين القضيتين اللتين يمكن صياغتهما فى تعريف

— تف س . ص = ~ ( س < ~ ص )

كذلك بتأمل القضيتين الخاليتين سنرى أنه يمكن تعريف  
الفصل بواسطة النفى والاستلزام المادى :

— اما تنتصر جامعة القاهرة أو سأفقد رهانى .

— اذا لم تنتصر جامعة القاهرة سأفقد رهانى

والاولى صورتها س ٧ ص والثانية صورتها ~ س <  
ص وبالهوية بين التعبيرين نحصل على التعريف التالى :  
- تف س ٧ ص = ~ س < ص

### التكافؤ المادى أو الموضوعى :

ونسماه بالاستلزام المادى كما أشرنا من قبل لانه يتعلق  
بمادة الكلام أو بموضوع الكلام ، ونلاحظ انه باستثناء  
« ~ » صارت ثوابت القائمة كلها قابلة للتعريف فيما بينها  
وهذا يدل على أن موادا أخرى أدخلت على أكثر مما هو  
ضرورى . وبالتالى صارت غير اقتضادية . فالمتغيرات والنفى  
وأى ثابتة من الثوابت المتبقية تكفى لاقامة كل دالات الصدق  
الممكنة . ونظريا يمكن اقامة كل دالات الصدق والتعبير عنها  
كوصل أو فصل أو استلزام بالاضافة الى نفيها . ولكننا  
سندخل أيضا فى ثابتة أخرى قابلة للتعريف تماما بمختلف  
الطرائق بلغة الثوابت المتوفرة من قبل .

ولفظة التكافؤ تحمل معانى عديدة ولكن أشهر هذه المعانى  
هو المعنى الذى تشير اليه فى قضية من الشكل العام فيقال :

- القضايا «س١» ، «س٢» متكافئتان .

وبالتالى التكافؤ هنا يربط قضايا مختلفة فى الالفاظ  
أو فى التركيب النحوى أو الترتيب اللفظى لكنه يؤدى نفس  
المعنى :

خذ العبارات التالية مثلا :

( أ ) كاشيو يحب ديزدمونه - ديزدمونه يحبها كاشيو

(ب) ذلك مثلث ذلك شكل مستو ثلاثي الاضلاع .

وفى المنطق لايشير التكافؤ المادى الى معانى العبارات أو الى القضايا والاسئلة التى يمكن أن تعبر عنها وانما يشير فقط الى قيم الصدق الخاصة بالقضايا .

فيقال ان القضيتين متكافئتان ماديا (أو موضوعيا) اذا حملا نفس قيم الصدق أى اذا كانا كلاهما صادقتين معا أو كلاهما كاذبتين معا :

ونشير اليها بالرموز كالاتى :

$$\text{آف (س} \equiv \text{ص)} = \text{[ (س} \cdot \text{ص) } \vee \text{ (س} \sim \cdot \text{ص)} ]$$

ويتضح من هذا التعريف أن مثل هذه القضايا كتلك التى سبقت الإشارة اليها فى ازواج (أ) ، (ب) ستكون متكافئة ماديا لانهما سيكونان كلاهما معا اما صادقتين أو كاذبتين . بل وأكثر من هذا ان القضايا التى تعبر عن معانى لا تتماثل ولا تتشابه فيما بينها ستكون هى أيضا متكافئة ماديا فمثلا خذ هاتين :

— الأرض ليست مسطحة .

— سقراط شرب السم .

وليستا متكافئتين بالمعنى العادى لكلمة تكافؤ ولكنهما برغم ذلك تعتبران ، من القضايا المتكافئة ماديا . وهما على ارتباط ووصل من حيث الصدق وبالتالى فاما أيهما مرتبطتان من حيث الصدق أو انهما مرتبطتان من حيث الكذب .

فالقضيتان

— سقراط لم يوجد قط

— موسوليني لم يرسل قواته الى أسبانيا

كلاهما كاذبتان وبالتالي متكافئتان ماديا .

واستخدام لفظ التكافؤ راجع الى تماثل معناها هنا مع معناها في الاستخدام العادى . فعندما تتكافأ عبارتان متكافأتان من حيث كونهما ذوات معنى بعينه والقضايا المعبرة عنهما مشتركتان مع القضايا المتكافئة ماديا من حيث أنهما موصولتان لكونهما صادقتين معا أو كاذبتين معا . فالتكافؤ بين العبارات والتكافؤ المادى بين القضايا له معنى مشترك الثابت لأنها لا تفسح مجالا لدوال صدق جديدة لم يكن ضئيل جدا . ولهذا يستخدم التكافؤ للإشارة وحسب الى الهوية فى قيمة الصدق .

ولا تضيف ثابتة التكافؤ «  $\equiv$  » شيئا كبيرا الى قائمة الثوابت  $\neq$  لأنها لا تفسح مجالا لدوال صدق جديدة لم يكن انشاؤها ممكنا بدونها . فمجموعة القائمة  $\neq$  لم تزد كثيرا بوجود ثابتة التكافؤ فيها وكل الدوال يمكن انشاؤها بوجود  $(\sim)$  ،  $(\vee)$  ،  $(\wedge)$  ،  $(\equiv)$

### Theorems مبرهنات مورجان

ستعيننا التعريفات التحليلية السابقة على انشاء عدد من التكافؤات المفيدة جدا بين دوال الصدق ، وعندما يعنى تعبيراً نفس الشيء فما يرد فى التعبير الأول مكافئ ماديا لما هو يعبر عنه فى التعبير الثانى الى أقل درجة ، وبفضل ذلك تؤدي تعريفاتنا الى سلسلة من التكافؤات بين الدوال . فمثلا :

— تف س • ص = ~ (س ~ < ص)

ينتج لنا

س • ص ≡ ~ (س ~ < ص)

فى حين أن :

— تف س ٧ ص = ~ س < ص

تنتج لنا

س ٧ ص ≡ ~ س < ص

وهناك زوج له أهمية خاصة من التكافؤات المستخلصة من التعريفات التحليلية الخاصة بالفصل والوصل وذاك هو •

س ٧ ص ≡ ~ (س ~ • ص)

س • ص ≡ ~ (س ٧ ص)

وترجع أهميتها الى امكان الحصول منهما على قواعد عامة للنفى لأى دالة وصل أو فصل مهما تكن معقدة

وتصاغ القواعد كمتكافئات ويبرهن عليها بدقة صارمة كالمبرهنات فى النسق الاستدلالي الذى سنتناوله الآن •  
واسمها مبرهنات دى مورجان الذى صاغ برهانات مماثلة لها خاصة بالفئات •

ولننظر الآن فى المتكافئة :

— س ٧ ص ≡ ~ (س ~ • ص)

فالمتكافئة الناجمة من دالة الفصل ومن نفى الوصل تؤدى الى توقع أن كل دالة وصل اذا تم نفيها ستنتج بعض الفصل أو غيره • وعلى ذلك فلننظر فى نفى الوصل :



س • ص

وهو

~ ( س • ص )

فتلك تقرر أنه من الكذب أن س ، ص موصولتان مع  
حيث الصدق وبالتالي فواحدة منهما على الأقل كاذبة أو أنه  
أما أن تكون س كاذبة أو ص كاذبة (حيث قد يكونان معا  
كاذبتين) وعلى ذلك ~ (س • ص) تتحول الى متكافئة مع  
~ س ٧ ~ ص كالاتى :

~ ( س • ص )  $\equiv$  ( ~ س ٧ ~ ص )

فالعلاقة بين نفى س • ص وبين الفصل الذى تتكافأ معه  
هى نفس العلاقة بين نفى ~ س • ص وبين الفصل  
الذى تتكافأ معه • ويمكن تقرير هذه العلاقة فى صورة قاعدة  
لنفى دوال الوصل •

١ - نفى الوصل مكافئ للفصل بين البراهين المثبتة •

ويمكن تطبيق هذه القاعدة على

١ - ~ ( س • ص ) ~ ص

٢ - ~ ( ~ س • ص ) ~ ص

متروكة للقارئ لكتابتها

١ - ~ ( س • ص )  $\equiv$  ( ~ س ٧ ~ ص )

٢ - ~ ( ~ س • ص )  $\equiv$  ( ~ س ٧ ~ ص )

ومن الممكن بالمثل استخلاص قاعدة عامة لنفي دوال

الفصل . فالتكافئة  $s \sim v \equiv (s \sim v \sim v)$

نشير الى أن كل دالة فصل اذا تم نفيها تنتج شكلا من أشكال الوصل .

خذ مثلا نفي الفصل  $s \sim v$  وهو

$\sim (s \sim v)$

فمعناه أنه من الكذب أن واحدة على الأقل (أو أن حتى واحدة) من البراهين  $s$  ،  $v$  صادقة وهي مكافئة للمقول بأن كلا  $s$  ،  $v$  كاذبة :

$\sim s \sim v$

وبالتالى  $\sim (s \sim v)$  ،  $\sim s \sim v$  متكافئتان

$\sim (s \sim v) \equiv (\sim s \sim v)$

ويمكن ايجاد قاعدة جيدة الآن عن نفي دوال الفصل

٢ - نفي الفصل مكافئ لوصل البراهين المنفية :

ويمكن القارئ أن يحاول تحويل الدوال التالية :

١ -  $\sim (s \sim v)$

٢ -  $\sim (s \sim v)$

**متروكة للقارئ لكتابتها**

١ -  $\sim (s \sim v) \equiv (\sim s \sim v)$

٢ -  $\sim (s \sim v) \equiv (\sim s \sim v)$

وإذا أخذنا القاعدتين معا اتضح لنا شيء هام لكل من :

١ - ~ ( س ~ ص )

٢ - ~ س ~ ص

نجد أن الأولى تعنى أن «ليس كلاهما ...» هى نفى للوصل ، وهى اذن تقرر الفصل .

~ س ~ ص

فى حين أن الاخرى تعنى «كلاهما ليس ...» فهى اذن وصل .

ومن الواضح أن التعبير الوصلى « ~ س ~ ص » أقوى لانه يقرر أكثر من مجرد « ~ س ~ ص » فالدالة ~ س ~ ص تستلزم صدق ~ س ~ ص ولكن عكسها ليس كذلك فاذا كان كلا ~ س ، ~ ص صادقتين فعلى الأقل واحدة من الاثنتين ~ س ، ~ ص صادقة . أما اذا كانت احدهما على الاقل صادقة فلايمكن الاستدلال منها على صدق كليهما .

مد مبرهنات دى مورجان الى دوال «ن» من البراهين

شرحنا قاعدتى دى مورجان عن نفى المفصولات والموصلات بالاشارة الى دوال برهائين فقط .

ولكن القواعد نفسها دخلت الآن فى اطار عام ، ويمكن أن تنطبق على دوال أى عدد من البراهين . فالقاعدة (٢) تؤدى دور دالة الثلاثة براهين .

~ ( س ٧ ص ٧ ل )  $\equiv$  ( س ٠ ص ٠ ل )  
فمثلا :

– من الكذب أنه اما حسن أو فؤاد أو ابراهيم كسب  
الجائزة ٠ هذه تكافىء  $\equiv$

– لا حسن ولا فؤاد ولا ابراهيم كسب الجائزة ٠  
والامتداد بالتطبيق للقاعدة صحيح والبرهنة على ذلك  
ميسورة ٠

– ( س ٧ ص ٧ ل )  
يمكن أن تعتبر نفيا للفصل بين برهانين س ، ص ٧ ل  
بوصفها نفيا للفصل بين براهين ثلاثة س ، ص ، ل ٠  
اذن ~ ( س ٧ ص ٧ ل )  $\equiv$  [ س ٧ ( ص ٧ ل ) ]  
ويمكن تطبيق قاعدة دي مورجان على البرهانين الخاصين  
بالدالة فى الناحية اليسرى عاليه لنحصل على :

~ س ٠ ~ ( ص ٧ ل )  
وبتطبيق القاعدة ، مرة أخرى على ~ ( ص ٧ ل )  
نحصل على :

~ س ٠ ~ ص ٠ ل

مهما يكن عدد البراهين المشتركة فى المفصلة المنفية  
يمكن دائما التعبير عن الدالة كنفى للمنفصلتين : ولما كان  
The Finite N رقم «ن» يشير الى مفصلات عددها محدود فانه  
يمكن تطبيق قاعدة دي مورجان على التوالى على برهان

المفصلة الذى يحتوى على أكثر من مفصولتين حتى يتم استنفاد كل مكوناتها من البراهين أكثر من مفصولتين .

بـ س<sub>١</sub> ٧ س<sub>٢</sub> ٧ س<sub>٣</sub> ٧ ٠٠٠ س ن - ١ ٧ س ن ≡ (

( ~ س<sub>١</sub> ٠ ~ س<sub>٢</sub> ٠ ~ س<sub>٣</sub> ٠٠٠ ~ س ن - ١ ٧ س ن )

والنتيجة النهائية لهذا الاجراء هو نفس عملية نفى كل من مفصولات ن واعادة البرهنة عليهم بالوصل .

وقاعدة دى مورجان لنفى الموصولة يمكن مدها الى الدوال ذات أكثر من برهانين ويجرى تطبيقها على ثلاثة براهين  
مثل :

-- [ س ٠ ص ٠ ( ل < ع ) ] ≡ [ ~ س ٧ ~ ص ٧ ~ ( ل < ع ) ]

وتبنى قيمة الصدق فى الامتداد الجديد على أساس أن كل موصولة مهما يكن تعقيدها يمكن التعبير عنها كوصل لدالتين . والدالة الموجودة عليه الى اليمين فى المتكافئة تصبح :

-- { س ٠ [ ص ٠ ( ل < ع ) ] }

وهذه موصولة ذات دالتين احدهما دالة لمتغيرة واحدة والثانية دالة لثلاث متغيرات . ويمكن تطبيق قاعدة دى مورجان على الموصولة المؤلفة من هذين البرهانين لنحصل على :

-- ~ س ٧ ~ [ ص ٠ ( ل < ع ) ]

وبتطبيق القاعدة مرة ثانية على ~ [ ص ٠ ( ل < ع ) ]

نحصل على



- ~ س ٧ ~ ص ٧ ~ ( ل < ع )

ومهما يكن عدد البراهين في الموصولة المنفية ، من الممكن دائما التعبير عنها كنفى لموصولتين • وبشرط أن يكون عدد الموصولات محدودا فمن الممكن تطبيق قاعدة دي مورجان على التوالي على البرهان الموصول المؤلف من أكثر من موصولتين حتى تستنفذ كل مكونات براهينها من أكثر من موصولتين •

- ~ ( س ١ • س ٢ • س ٣ • ... • س ١ - س ١ • س ٢ )

$\equiv \sim ( س ١ • س ٢ \{ [ س ٣ • ... • ( س ١ - س ١ • س ٢ ) ] س ٣ \} • س ١ )$

وعند بلوغ البرهان النهائي لموصولتين بالضبط س -

١ س

يجرى نفيها وفقا لقاعدة دي مورجان •

- ~ ( س ١ • س ٢ • س ٣ • ... • س ١ - س ١ • س ٢ )

$\equiv \sim س ١ ~ س ٢ ~ س ٣ ~ ... ~ س ٧ ~ س ٨ ~ ( س ١ - س ١ • س ٢ )$

والنتيجة الاخيرة لهذا الاجراء هي نفس نفى كل واحدة من الموصولات ن وربطها بالمنفيات المفصولة •

### تكافؤات نافعة

الأهمية التي تتمتع بها بعض التكافؤات تجعل مما يستحق العناية أن نقوم بتجميعها في شكل سلاسل من هذه السلاسل :

١ - ( س < ص )  $\equiv$  ( س ٧ ص )  $\equiv$  ( س • س • س • ... • س • س )

وبالتعرف على التحولات المثلة هنا سنحصل على مفتاح

لكتابة سلسلة من المتكافئات الخاصة بدوال الاستلزام الاخرى  
مثل :

$$٢ - ( \sim \text{س} \text{ < } \text{ص} ) \equiv ( \text{س} \vee \text{ص} ) \equiv ( \sim \text{س} \text{ } \sim \text{ } \sim \text{ص} )$$

ومن الميسور استخلاص هذه السلسلة ببساطة بواسطة  
التماثل الرمزي ووضعها في السلسلة رقم (١) اذا كان  
س < ص مكافئة لهذه  $\sim \text{س} \vee \text{ص}$  اذن  $\sim \text{س} \text{ < } \text{ص}$   
مكافئة لهذه  $\sim \sim \text{س} \vee \text{ص}$

ويمكن القارئ عمل مجموعات مماثلة للمتكافئات

$$\begin{aligned} \text{س} \text{ < } \sim \text{ص} \\ \sim \text{س} \text{ < } \sim \text{ص} \end{aligned}$$

وهناك مفتاح آخر

$$٣ - \sim ( \text{س} \text{ < } \text{ص} ) \equiv ( \sim \text{س} \vee \text{ص} ) \equiv \text{س} \text{ } \sim \text{ } \sim \text{ص}$$

فأعضاء هذه المجموعة من المتكافئات هم نقائص الاعضاء  
المعادلين في السلسلة (١) . وهذه المتكافئات هم نقائص  
الاعضاء المعادلين في السلسلة (١) . وهذه المتكافئات صحيحة  
لأن أى قضايا متكافئة (أى لها نفس قيمة الصدق) سيكون  
نفيها كذلك متكافئا . والسلسلة رقم (٣) تمثل اجراء مفيدا  
لنفي أى قضية استلزام . وباستعمال الواقعة المقررة في (١)  
من حيث تكافؤ س < ص ،  $\sim \text{س} \vee \text{ص}$  بدلا من تحويل  
 $\sim ( \text{س} \text{ < } \text{ص} )$  مباشرة الى س .  $\sim \text{ص}$  (بتماثل تعريف  
الوصل) . . . يمكن تحويل  $\sim ( \text{س} \text{ < } \text{ص} )$  أولا الى نفي  
للمفصلة وتطبيق قاعدة دي مورجان . في العادة اذا كانت

أى دالة من الممكن تحويلها الى اما فصل أو وصل فانه فى امكاننا أن نعثر على نفيها بتطبيق قواعد دى مورجان مباشرة على المكافئة لها . مثلا :

— « اما أن يلجأ الى القانون أو سيكسب قضية » كاذبة وبقاعدة دى مورجان تصبح هذه مكافئة لما يلى :

— سيلجأ الى القانون وسيخسر قضيته .

ويمكن تطبيق نفس الاجراءات على حالات القضايا التى صورتها ~ (س ≡ ص) فنحن نعرف أن :

$$- (س \equiv ص) \equiv [(س \cdot ص) \vee (\sim س \cdot \sim ص)]$$

أى أن س ≡ ص يمكن التعبير عنها بالفصل ويمكن نفي هذا الفصل بقاعدة دى مورجان :

$$- \sim (س \equiv ص) \equiv \sim [(س \cdot ص) \vee (\sim س \cdot \sim ص)]$$

$$\equiv [(\sim (س \cdot ص)) \cdot (\sim (\sim س \cdot \sim ص))]$$

$$\equiv [(\sim س \vee \sim ص) \cdot (س \vee ص)]$$

وسيكون تمرينا مفيدا للقارىء أن يحصل على مكافئات

$$\sim (س < \sim ص)$$

$$\sim (\sim س < ص)$$

$$\sim (\sim س < \sim ص)$$

$$\sim (س \equiv \sim ص)$$

ويبقى أمامنا استخلاص دالة أخيرة مكافئة لهذه

س < ص من أجل استكمال مفتاح سلسلة المتكافئات •

وهذا يتم بتأمل المتكافئة :

( س < ص )  $\equiv$  ( س ~ ص )

ومن هذه يمكن استخلاص دالة استلزام مكافئة للأصلية

ولكن تحتوى على «ن» وكذلك على « < » ودالة ~ (س •

~ ص) تشير الى أنه ليس كلا س ، ~ ص صادقتين •

وذلك يعنى أنه اذا كانت ~ ص صادقة •

∴ س كاذبة أو

~ س < ص

فمثلا :

– لو كان مربعا لكان ذا أربع أضلاع • تكافىء

– من الكذب أن هذا هو معا مربع وليس مربع الاضلاع •

ولها نفس معنى :

– لو لم تكن هذه مربعة الاضلاع لما كانت مربعا •

وبهذا نحصل على تكافؤ بين الأخيرة وبين :

– « اذا كانت هذه مربعا فهي ذات أربع أضلاع »

وعادة المكافىء لها هو :

– ( س < ص )  $\equiv$  ( ص < س )

فمتكافئات س < ص يمكن اجمالها فيما يلى :

— (س < ص) ≡ (س ٧ ص) ≡ (س ٩ ~ ص)

≡ ( ~ ص < ص )

### التنقيط المنطقي

— «إذا كان الذهب شرا فعلى ذلك إذا كان الناس يحبون الذهب فهم يحبون الشر»

وهذه صورتها كالاتى :

س < ص < ل

ويبدو هذا التعبير كما لو كان يقوم مقام دالة صدق، ولكن الواقع أنه ليس كذلك . بل الواقع أنه لا معنى له لأنه لا يخبرنا ما إذا كانت س تستلزم ان ص يستلزم ل ام ان س تستلزم ص تستلزم أن يكون ثمت ل .

ولكن بمعاونة الاقواس فى التنقيط نجد التفسيرين التاليين :

١ — س < ( ص < ل )

٢ — ( س < ص ) < ل

وهذه العبارات الاخيرة قضايا تدل على دوال صدق مختلفة وفقا لطريقة التنقيط .

والقضية — س ٧ ص < ل

لها قراءتان : الأولى بمعنى «اما ان س صداقة او ص تستلزم ل»



والثانية بمعنى «إذا كانت س أو ص صادقة لزم أن تكون

ل صادقة»

٢ - (س ٧ ص) ٧ ل

وفي حين أن صدق س وحدها في الأولى (١) يكفي لجعل صدق الدالة س ٧ (ص < ل) صادقة فإن صدق س وحدها في الأخيرة (٢) لا يكفي لجعل (س ٧ ص) < ل صادقة .

وواضح أن القضية «س ٧ ص < ل» لا تعبر عن أى دالة ولذلك فالتنقيط ضرورى . وقد تبينت الحاجة الى استخدام التنقيط بمجرد الرغبة فى التعبير عن نفي دالة تتضمن أكثر من متغيرة مثل ~ (س . ص) فالدالة ~ (س . ص) - التى تكاد تكون هى نفسها ~ س ٧ ~ ص تختلف اختلافا واضحا عن الدالة التى تحتوى على نفس الثوابت ~ س . ص

### مجال الثوابت

ادخال رموز التنقيط يضيف تصورا سوريا جديدا الى ولا بد من اعتبار الاقواس كما لو كانت تشير الى تصور صورى . وتغيير الاقواس يخلق تعبيرات ذات دوال صدق مختلفة مثل :

~ س < ص

~ (س < س)

فدالتا الصدق هنا مختلفة على الرغم من أنهما لا يختلفان  
عن التصورات الصورية السابق عدها في ٥ وبالتالي مادامت  
دوال الصدق تختلف مع احتوائها على نفس الثوابت بنفس  
النظام فلا بد أنها تختلف من جانب صوري آخر أى بفضل تصور  
صوري آخر تحتوى عليه بأشكال مختلفة . وهذا التصور  
الآخر هو مجال الثابتة ويشير الى مجال الثابتة مجموعة  
الاقواس التى نستخدمها .

( س . ص )

ولكن مجال الثابتة هو الجزء أو الاجزاء الخاصة بدالة  
الصدق الذى تظهر فاعلية الثابتة عليه . ومجال وقوع النفي  
فى دالة الصدق هو ذلك الجزء من الدالة الذى تنفيه . ومجال  
وقوع الوصل هو الدوال التى ترتبط بالوصل . ومجال  
الفصل هو مجموع البراهين التى تفصلها الثابتة . ومجال  
الاستلزام هو تلك البراهين (السابق واللاحق) التى تربطهما  
وتحكمهما .

وفى العادة مجال الارتباط الصورى هو الدوال التى  
ترتبط عن طريقه :

ولكن تصور مجال « ~ » فى الدالة

~ (س ٧ ص)

هو س ٧ ص

:- فى حين أن مجالها فى :

~ س ٧ ص

هو س فقط

وفى القضية

~ ( س < ~ ص )

الذى يضم ثلاث وقائع للثابتة « ~ » يكون مجال  
الوقوع الاول ~ س < ~ ص ويكون مجال الوقوع  
الثانى هو س ومجال الوقوع الثالث هو ص .  
وكذلك الحال فى الدالة .

(س ٧ ص) . (ل ٧ ~ ع)

ومجال الوقوع الأول للثابتة «٧» هو البراهين س ، ص .  
ومجال الوقوع الثانى هو : ل ، ~ ع فى حين أن مجال  
« . » يمتد الى الدوال س ٧ ص ، ل ، ~ ع والثابتة ذات  
المجال الأوسع فى هذه الدالة هى « . » لانها تربط البراهين  
التي تعد كل البراهين الاخرى فى الدالة بأكملها اجزاء منها .  
والثابتة ذات المجال الاضيق ستكون دائماً هى « ~ » لفاعليتها  
على متغيرة واحدة . ويلى مجال « . » فى الاتساع مجال «٧»  
بما وقع له أولاً فى س ، ص وبما وقع له ثانياً فى ل ، ~ ع .  
ولمجرد اللياقة يجرى استخدام الاقواس لبيان مجال الثابتة  
فقط عندما يؤدى حذفها الى غموض وربكة التعبير والاقواس  
حول س ، ص مثلاً فى « ~ س < ص » يمكن حذفها لان  
المجال واضح بدونها فمجال « ~ » هو س ومجال « < »  
هو ~ س ، ص .

## قواعد السياق التركيبى أو السينتاكى

هناك تقاليد متفق عليها فيما يتعلق باستخدام الاقواس .

وقد جرى استخدامها للآن عنه الاحساس بضرورتها كما هو الحال فى «س ٧ ص < ل» حيث يتضح أن عدم وجود الاقواس يؤدى الى ترك التعبير دون أن نشير اليه أو تتعادل معه أية دالة من دوال الصدق .

ولكن لابد الآن من اقرار القواعد المتفق عليها بشأن الاقواس فالى جانب ما سبقت الاشارة اليه يجب اقرار القواعد التى تستبعد توليفات من الرموز مثل « ~ ٧ س » ، «س ص ٧» ، «س < » لأنها لم تتشكل على النحو المناسب . ومن الواضح أنها لا معنى لها .

ولكن لا توجد أسباب سنطاكسية يمكن اعطاؤها لتبرير خلوها من المعنى .

وبمجرد اقرار القواعد سيكون من الميسور تأييد أى توالى فى الرموز فضلا عن أنها ستيسر استبعاد التوليفات السيئة التنقيط .

وقواعد ادماج الرموز فى متتابعات ذات دلالة ستؤلف السينتاكس . ووفقا لهذه القواعد سيتمكن تأسيس المدمجات الرمزية التى تعبر عن دوال الصدق ، واستبعاد اللغو .

وستحكم هذه القواعد معنى الدلالة . وستوضع القواعد فى حدود « ~ » ورمز ثابتة أخرى هو «٧» واختيار ثابتة أخرى واحدة بالاضافة الى النفى سييسط عدد القواعد لأنها

ستحتوى على عدد أقل من الرموز عما يمكن أن يكون .  
 $\wedge \quad \wedge \quad \wedge$   
 وسنستخدم الحروف التاجية س ، ص ، ل للإشارة الى أى  
 $\wedge \quad \wedge \quad \wedge$   
 رمز أو متتابعة من الرموز . والمتغيرات س ، ص ، ل تسمى  
 عادة متغيرات سياقية أو سنتاكسية وعند استخدامها كمتغيرات  
 ستؤخذ بوصفها قيما شأنها شأن «س» ، «ص» ، « ~ س » ،  
 «س ٧ ص» الخ . .

وقواعد دالات الصدق كما يلي :

١ - «س» ، «ص» ، «ل» ، «م» تعبيرات دالة الصدق .

٢ - إذا كانت «  $\wedge$  » دالة من دوال الصدق

كانت « ~ أ » دالة من دوال الصدق كذلك .

٣ - إذا كانت «  $\wedge$  أ » ، «  $\wedge$  ب » تعبيرات لدوال الصدق

كانت أ ٧ ب أيضا تعبرا من تعبيرات دوال  
 الصدق .

٤ - لاتعبر سلسلة الرموز عن دالة الصدق الا اذا كان  
 عملها ذلك مترتبا على القواعد السابقة أو اذا كان  
 يمكن احلالها محل تعبير دالة الصدق بناء على  
 التعريف .

والقاعدة رقم (٢) تولد « ~ ص » كتعبير دالة صدق

سليم وتنشأ « ~ ص » باحلال «ص» محل « أ » وباعادة  
 ١



استخدام القاعدة (٢) أى بواسطة اعادة احلال تعبيرات بدلا  
من « أ » مثل « ~ أ » نحصل على مايلى :

« [ ( س ) ~ ] ~ » -

« { [ ( سر ) ~ ] ~ } ~ » --

وغيرها . . .

القاعدة (٣) تساعدنا على استخلاص

— « (س) ۷ (ص) »

— « ~ (س) [ ۷ ] ~ (ص) ]

وغیرہا .

ونحصل على الأخيرة باحلال محل « أ » و « ب » تعبيرات  
 ناجمة بالاستبدال وفقا للقاعدة (٢) وباعادة استخدام  
 القاعدة (٣) أى باحلال محل « أ » ، « ب » تعبيرات نحصل  
 عليها بالاستبدال من « ( أ ) ٧ ( ب ) » .

تحصل علی مایلی :

— (س) ~ ۷ (ص) ۷ (ج)

(م) و (ل) | و [(س) و (ص)] --

وغیرہا ۔

وتعيننا القاعدة رقم (٤) على بناء :

- « (س) < (ص) »

لانه من الممكن استبدالها بالتعريف بما يلي

- [ ~ (س) ] ∨ (ص)

وبالمثل :

- - { [ ~ (س) ] ∙ [ ~ (ص) ] }

على التوالى

وتبيح لنا هذه القواعد أن نقرر ما اذا كانت أية سلسلة متتابعة من الرموز ذات دلالة حرفية بالأحالة الى الاعتبارات السنتاكسية (السياقية) وحدها بدون أدنى رجوع الى الاعتبارات المعنوية . وهى تقضى ما اذا كانت التسلسلات ذات معنى مع ماقررناه أيضا بشأن صلاحية التعبير فلا شيء يمكن أن يؤدي الى (ص) (س)

ذلك أن القاعدة الاولى تقرر أن «س» تعبير دالة صدق . والقاعدة الثانية تقرر ذلك فيما يتعلق بالشكل « ~ (س) » والاخيرة نموذج للتعبير الذى يحتوى على متغيرة واحدة مستخلصة . اما اذا جئنا للتعبيرات التى تشمل « ∨ » تطلبت القاعدة (٣) متغيرتين على الاقل (أو تكرارا مرتين على الاقل لمتغيرة واحدة بعينها) بحيث لايمكن الحصول على « ∨ س » بأى قاعدة استبدال . ولكن فى حالة استبدال الثوابت ( « ∨ » بدلا من « ~ » مثلا وغيرها ) وفقا للقواعد أو فى حالة ماتخصص القاعدة رقم (١) ان تعبيرات أخرى سوى «س» ، «ص» ، «ل» ، «م» هى أيضا تعبيرات دالات صدق . .

في هاتين الحالتين يمكن الحصول على « ٧ س » وماشاكل ذلك ...

وكذلك لا يمكن ان ينتج تعبير غامض مثل « س < ص ٧ ل » بالاستبدال وفقا للقواعد لان الاقواس في القاعدتين (٢) ، (٣) تردان بالطريقة التي تجعل التعبيرات التي نحصل عليها وحدها تتضمن المتغيرات والثوابت في « س < ص ٧ ل » هي :

$$- \{ (س) [ ٧ (ص) ] \} ٧ (ن)$$

$$- [ \sim (س) [ ٧ [ (ص) ٧ : (ن) ] ] ]$$

وتسمح لنا بعد ذلك القاعدة رقم (٤) باستخدام التعريف (س) < (ص) - لتحويل العبارتين السابقتين الى :

$$- [ (س) < (ص) ] ٧ (ن)$$

$$\text{وكذلك} - (س) < [ (ص) ٧ (ن) ]$$

على التوالي بحيث تصبحان بالتنقيط غير غامضتين . وبالممارسة ستخفف من التنقيط في استخدام الاقواس بالشكل الذي تستلزمه القواعد وسنحذف الاقواس حيثما كان ذلك ممكنا كما هو الحال مثلا حول المتغيرات المفردة في التعبيرات .

- - س

- س ٧ ص

- ~ ~ س  
 - ~ س ٧ ~ ص  
 - (س < ص) ٧ ل

### استخدام رموز بديلة للتنقيط

استخدام الأقواس معطل في التعبيرات المعقدة ولكن يمكن استخدام رموز بديلة أو جملة من الرموز البديلة مع الأقواس . وقد ادخل هذه الرموز رسل وهوا تهيد في البرنكيبيا مثال ذلك :

- [ ( س < ص ) | ن = ( ك )

تصبح بالطريقة التي وصفتها البرنكيبيا

- س < ص < ل : . ك

### دالة الشطب

هناك قواعد أخرى يمكن أن تضاف الى القواعد السابقة لتحديد لغة دوال الصدق . وسوف تؤدي هذه القواعد الجديدة دورها في بناء كل التعبيرات الدالة واستبعاد كل التعبيرات الخالية من الدلالة أو المعنى .

فهناك مثلا قواعد أكثر تعقيدا يمكن وضعها في اطار الرموز « ~ » « ٧ » وكذلك في اطار الرموز الاضافية « ٠ » ، « < » « » « - » .

وهناك قواعد أكثر بساطة يمكن وضعها حيث نجد  
أنفسنا بحاجة الى استعمال رمز جديد هو «/» وهو ما يشير  
الى دالة الشطب . وهو رمز تقدم به شيفر Sheffer وبإضافة  
هذا الرمز الى المتغيرات المعروفة تجتمع لنا أداة التعبير عن  
كل دالة صدق لان كل الثوابت المتوفرة لدينا يمكن تحليلها  
بلغة الفكرة التى ترمز لها دالة الشطب «/» .

ويهمنا فحص دالة الشطب س/ص فى حد ذاتها كما  
يهمنا أن نقدم عرضا لاستعمالها فى تحديد الرموز المألوفة .  
وابتداء من ذلك يمكن إعادة وضع اطار القواعد السياقية  
(السينتاكسية) .

ويجرى تعريف الرمز «/» على النحو التالى :

— تف س/ص . = . على الاقل واحدة من الاثنتين س ، ص  
كاذبة .

وبواسطة هذه الفكرة الجديدة يمكن تعريف دالة التناقض  
« ~ س » على النحو التالى :

— تف ~ س = . س/ص

ويعنى س/ص انه على الاقل احدهما س ، ص كاذبة  
وبالتالى تعنى أن س كاذبة طالما كانت « . . . » أو « . . . » تعنى  
دائما نفس الشيء مثل « . . . » (ومثلها : «اليوم الجمعة» أو  
«اليوم الجمعة» وهى تعنى نفس الشيء مثل «اليوم الجمعة» )  
ويجرى تعريف دالة الفصل «س ٧ ص» على النحو التالى :

— تف س ٧ ص . = . (س/س) / (ص/ص)



وتعطى هذه المعرفات معنى انه على الاقل أحد البراهين  
«س كاذبة أو س كاذبة» (ومثلها س كاذبة) وكذلك «ص كاذبة  
أو ص كاذبة» (ومثلها «ص كاذبة» ) واذن على الاقل س ، ص  
احدهما صادقة . وباستخدام تعريف دالة التناقض يمكننا  
- تف س ٧ ص ٠ = ٠ ~ س / س ~ ص

ويجرى تعريف دالة الوصل «س ٠ ص» على النحو التالي:  
- تف س ٠ ص ٠ = ٠ (س/ص) / (س/ص)  
ويمكن تبسيط هذه على النحو التالي :

وتعطى هذه المعرفات definiens معنى أنه من الكذب  
انه على الاقل واحدة من الاثنين س ، ص كاذبة .  
أما دالة الاستلزام المادى س « < ص » فيجرى تعريفها  
كالاتى :

- تف س < ص ٠ = ٠ س / (ص/ص)

وهذه يمكن تبسيطها :

- تف س < ص ٠ = ٠ س / ~ ص

ويجرى تعريف دالة الاستلزام المادى «س ~ ص» كما  
يلى :

- تف س == ص ٠ = ٠ [ (س س) / (ص ص) ] (س ص)

ويمكن تبسيط هذه بحيث تصبح المعرفات (الجانب  
المعرف) معادلا لنفس الشيء مثل «س == ص» .

وهكذا أمكن تعريف «~» ، «٠» ، «٧» ، «<» ، «==»

بواسطة رمز دالة الشطب • وكل تعبيرات دوال الصدق المتضمنة هذه كلها يمكن احلال تعبيرات تحتوى على س ، ص وغيرها مع «/» محلها • فاذا أخذنا «/» ، على انها الثابتة البدائية الوحيدة أمكن اقرار قواعد السياق (السنتاكسى) بدون اشارة ظاهرة الى الرموز المألوفة عن تصورات ويمكننا تبسيط عدد القواعد فى لغة دوال الصدق السابقة باحلال هذه القاعدة المفردة •

— اذا كانت أ ، ب تعبيرات دوال صدق

كانت (أ) / (ب) تعبيرات دالة صدق •

محل القاعدتين (٢) ، (٣) فيما سبق •

## أسئلة وتمارين

- ١ - حاول أن تميز « ~ س ٧ [ ( ل . م ) ٧ ع ] »  
من « ( ~ س ٧ ل ) . ( م ٧ ع ) »  
وذلك بواسطة العثور على الشرط الأساسي الذي من شأنه أن يجعل واحدة منهما صحيحة دون الأخرى .
- أعد تنظيم الرموز التالية بحيث تؤلف تعبيرا سليما  
« ( ) ، « س » ، « ص » ، « < » ، « . » ، « ' » ، « ٧ » ، « ل » ، « ~ »
- ٢ - ناقش عبارة أن التنقيط تصور « صوري » جديد .  
وما المقصود من القول بأن إحدى الثوابت تملك مجالا أوسع من أخرى سواها ؟ قدم أمثلة على ذلك .
- ٣ - أثبت أن « س ~ س » لا يمكن استخراجها من قواعد السياق (السينتاكسي) من ١ الى ٤ .
- ٤ - استخراج التعبيرات التالية من القواعد من ١ الى ٤ ومن التعريفات :

- ١ - [ ~ س ٧ ( س ٧ ص ) ]
- ب - ( س < ~ ص )
- ج - [ ~ س < ( س < ص ) ]
- د - [ ~ ( س ٧ س ٧ س ) ]

د -- [ ص ٧ ~ ( س . ص ) ]

ط -- [ س ٧ ( ص ٧ ل ) ]

ف -- [ ( س . ص ) < ( ل ) ]

ك [ ~ ( ~ س . ~ ص ) ( ل ٧ ) ]

م -- [ س . ( ص ٧ ل ) ]

ن -- [ ( س < ص ) . ( ص < ل ) ]

٥ - ضع التعبيرات التالية بين أقواس لاستبعاد الغموض :

أ - س ٧ ص < ل م

ب -- ~ س < س < ص

ج -- س < ص < ص ~ ص < ~ س

د -- س ٧ ص < ~ س < ~ ص

م -- ~ س < س ٧ ص < ص

ن -- ~ س < ص < س < ص < ص

ه -- س ٧ ص < ص < س < ص .

و - س ٧ ص < ص < س < ص

ع -- ~ س ٧ ل < م . ط ٧ ~ ص

ف - س < ص . ص < ل < س < ل

ط - من < س ٧ س < ن < س < ص ٧ ل  
 ك -- س ٧ ص < ل ٠ ~ س ٧ ~ ص < ن  
 ي - س == ~ ص ٠ ص == ~ ل < س < ل

٦ - اظهر عيوب التنقيط ووضحها ثم اعمل على تنقيط  
 العبارات التالية بحيث تبدو واضحة :

ا -- س ٧ ٠ ص ٠ < . ص ٧ س

ب - س < ل ٧ م . ك

ح - س == ص ٧ ل . م

د -- س < ص < ل . م

٧ - عبر عن الدوال التالية بدالة الشطب

ا - س ٧ ~ ص ٠

ب - ~ س ٠ ص

ح - س < ~ ص

د - ( س ٧ س ) < س

م -- ص < ( س ٧ ص )

ن -- ( س ٧ ص ) < ( ص ٧ س )

ه -- ~ ص < ( ~ ص ٧ ~ س )

و - ( س < ~ س ) < ~ س

٨ - عبر عن الدوال التالية في حدود الثوابت الخاصة  
بالمجموعة  $\phi$  فقط :

$$أ - ( \sim s / ص ) ؛ ( \sim ص / س )$$

$$ب - ( س ؛ \sim س ) / ( ص ؛ \sim ص )$$

$$ج - [ ( س ، س ) ؛ ( \sim ص ؛ \sim ص ) ] ؛$$

$$( س / \sim ص )$$

$$د - \{ [ س ؛ ( ص ؛ ص ) ] ؛ [ ص ؛ ( س ؛ س ) ] \} ؛$$

$$\{ [ س ؛ ( ص ؛ ص ) ] ؛ [ ص ؛ ( س ؛ س ) ] \}$$



## تدريبات عملية

الاجابة على كل عملية موجودة تحت الخط الموجود فى نهايتها • ومن أجل اختبار قدرتك ضع ورقة على الاجابة تحت الخط لترى ما اذا كانت اجابتك صحيحة •

### حساب القضايا

#### النفي والوصل

١ - نفى القضية س هو ~ س ويقال لا س وهى عبارة عن القضية التى تصدق اذا كذبت س •

وتكون كاذبة اذا كانت س صادقة • وفى أبسط الأحوال يكون نفى القضية بوضع «لا» أو مايعادلها قبلها •

ونفى القضية « القاهرة فى مصر » هى القضية «القاهرة •••••»

أكمل العبارة

---

#### ليست فى مصر

٢ - اذا كانت س هى نفى ص ، كانت ص هى نفى س هذه العبارة صادقة/كاذبة •

---

صادقة

٣ - نفى القضية «حسن لا يحب الرقص» .

هى القضية « حسن ..... »

---

### يحب الرقص

٤ - فى بعض الأحيان يتألف نفى القضية بتغيير سور القضية «بعض» واستبداله بوضع «لا» أو العكس أو بأى طريقة أخرى .

والسؤال الآن : أى القضايا التالية نفى للقضية

« رجال الرياضيات يخطئون أحيانا »

١ - رجال الرياضيات لا يخطئون دائما

٢ - رجال الرياضيات لا يخطئون أبدا فى بعض الأحيان

٣ - رجال الرياضيات لا يخطئون قط .

---

### رقم (٣)

٥ - القضية المنفية كاذبة اذا صدقت الأصلية وتكون صادقة اذا كانت الأصلية كاذبة . أى القضايا التالية نفى للقضية .

« هناك دائما أحد بالجامعة »

١ - أحيانا لا أحد هناك بالجامعة

٢ - لا يمكن ألا يوجد أحد هناك بالجامعة

٣ - لا يمكن أن يوجد أحد هناك بالجامعة .

---

## رقم (١)

- ٦ - بالطبع قد توجد صيغ مختلفة لنفي القضية  
فأى قضية فيما يلي هي نفي القضية  
« هل كل الفرنسيين ثرثارون ؟ »
- ١ - هل بعض الفرنسيين ثرثارون ؟  
٢ - هل بعض الفرنسيين على الأقل غير ثرثارين ؟  
٣ - هل الفرنسيون ليسوا جميعا ثرثارين ؟  
٤ - هل يوجد هناك عدد قليل فعلا من الفرنسيين غير  
ثرثارين ؟  
٥ - هل ليس صحيحا أن كل الفرنسيين ثرثارون ؟  
( أكتب رقم أو أرقام القضايا ) .
- 

## رقم (٢) ، (٣) ، (٥)

- ٧ - العلاقة المنطقية بين س ، ~ س هي ....
- 

## التناقض

- ٨ - ~ ~ س هي نفي لا س  
فما هي العلاقة بين ~ ~ س ، س ؟
- 

## التعادل

- ٩ - اذا كانت س تعادل لا ص فما هي العلاقة بين  
~ س ، ص ؟

## تعادل

١٠ - بعض التصورات الجديدة فى النفى

تتألف القضية « هناك مقعد ومنضدة فى غرفتى »

- هناك مقعد فى غرفتى

- هناك منضدة فى غرفتى

والقضية الكلية هى قضية وصل للقضيتين المشاركتين فى التركيب وتكون « س ، ص » صادقتين عن س ، ص فقط اذا كان كل من س ، ص صادقتين معا .

والوصل للقضيتين (يستلزم - أو لازم عن)

قضيتين كليهما منفصل .

فما هو الأصح : يستلزم - أو لازم عن .

---

## يستلزم

١١ - سوف نكتب الوصل « س (و) ص » بالشكل التالى :

« س • ص »

فما هى العلاقة بين س • ص ، ص • س ؟

---

## تعادل

١٢ - تشير الآداة (و) كثيرا وليس دائما الى الوصل • فى أى الحالات التالية يوجد وصل بين قضيتين :

١ - حسن ومحمد أصبهان .

٢ - حسن ومحمد موجودان معا .

- ٣ - يوجد ٢٧ رجلا وامرأة بالغرفة .  
٤ - يوجد ١٤ رجلا و ١٣ امرأة في الغرفة .  
٥ - حسن ومحمد طولهما ٦ ، ٢ و ٥ ، ٩ على التوالي .  
( اكتب الرقم أو الأرقام ) .
- 

١ ، ٤ ، ٥

١٣ - يمكننا تكوين وصل من ثلاث قضايا أو أكثر على شكل  
«س . ص . م» وهكذا . والوصل الثلاثي يمكن أن  
يعد وصلا بين (س . ص) م . م  
أو بالتبادل كوصل بين س و ص . م  
فتكون س . (ص . م)

ولكن هاتين الصورتين متعادلتان ولذلك لا حاجة بنا الى  
الأقواس . فكم عدد القضايا المشاركة في التركيب والموجودة  
في القضية التالية : «حسن ومحمد سعديان وناجحان ؟»

---

### أربع قضايا مشاركة في التركيب

١٤ - وصل س . ص يمكن وصفه بأنه قضية صادقة اذا كان  
كل من س ، ص صادقة ولكنه يكون قضية كاذبة اذا  
كانت احدهما كاذبة . ويتبع ذلك أن وصل س . ص .  
م يكون صادقا اذا كانت كل من س ، ص ، م صادقة  
جميعها كما تكون كاذبة اذا كانت واحدة (أو أكثر) من  
بينها كاذبة .

- فاذا كانت س صادقة ، هل يتبع ذلك أن تكون س . م  
صادقة ؟

— واذا كانت س . ص صادقة ، فهل يتبع ذلك أن تكون  
س صادقة ؟

---

لا

نعم

### بالترتيب على التوالى

١٥ — أحيانا نستخدم لفظة «لكن» بدلا من «و» من أجل  
توضيح التقابل من أى نوع بين القضايا المشاركة فى  
القضية المركبة . مثلا خذ القضية : «البواخر الحربية  
رمادية اللون لكن العبارات بيضاء اللون عادة» .

على أى حال لا يوجد تقابل منطقى فيما بين :

— البواخر الحربية رمادية اللون .

(و) العبارات بيضاء اللون عادة .

فهما ليستا متناقضتين ولا متضادتين . وعلى ذلك ففى  
امكاننا لكثير من الأغراض أن نتناول القضية المركبة ببساطة  
على أنها وصل .

ماهى العلاقة المنطقية بين «الكلام من فضة لكن السكوت  
من ذهب» وبين :

— الكلام من فضة ؟

— السكوت من ذهب ؟

---

استلزام شديد

( فى كلتا الحالتين )



١٦ - اذا كانت س ، ص صادقتين ، م كاذبة  
فأى القضايا التالية صادقة ؟

١ - ~ س • ص ؟

٢ - س • ~ م ؟

٣ - ~ م • س • ~ ص ؟

٤ - ص • س ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام أو لاشيء ) •

٢ ، ٤

١٧ - يمكننا كذلك أن ننفي الوصل • فمثلا »  
(س • ص) « تعنى «ليس كلا س ، ص» أى أنها «ليس  
صحيحا أن س وص كليهما صادق» •

والأقواس ضرورية هنا للتمييز بين

- ~ (س • ص)

• - ~ س • ص

لأن الأخيرة تعنى أن س كاذبة ، ص صادقة •

فاذا كانت س تعنى «يوجد زبد بالثلاجة»

، ص تعنى «يوجد جبن بالثلاجة»

فأى القضايا التالية تمثل » (س • ص) « ؟

١ - لا يوجد زبد أو جبن فى الثلاجة •

٢ - لا يوجد زبد ولا يوجد جبن فى الثلاجة •

٣ - لا يوجد أى من الزيد والجبن فى الثلاجة .  
( اكتب الرقم )

---

١٨ - هل - (س . ص) تعنى نفس الشيء مثل  
~ س . ~ ص ؟

---

لا

١٩ - اذا كانت س تعنى «سوف تمطر» ، ص تعنى  
«سوف نذهب الى الشاطئ» فاكتب صيغة تمثل :  
- سوف تمطر وسوف لا نذهب الى الشاطئ .

---

س . ~ ص

٢٠ - بنفس المعانى السابقة لكل من س ، ص

دخول تحت التضاد .

- ليس صحيحا أنها سوف تمطر وأننا سوف نذهب الى  
الشاطئ .

---

- (س . ص)

٢١ - اذا كانت سن تعنى «حسن موجود» ، ص تعنى  
«خليل سعيد» فالصيغة ~ (س . ~ ص) تعنى أنه ليس  
صحيحا أن كلا ..... وأن .....

أكمل

من حسن موجود

خليل غير سعيد

٢٢ - لاحظنا أن وصل قضيتين يستلزم كلا منهما على  
حدة . فتستلزم س . ص القضية س كما تستلزم س . ص  
القضية ص بالمثل . وباستعمال العلامة < نستطيع الإشارة  
الى الاستلزام

- س . ص < س

- س . ص < ص

والاستلزام يكون صحيحا أو غير صحيح

فهل الاستلزام س . ص ~ ص < ص

صادق ؟

---

نعم

٢٣ - اذا كانت س صادقة وص كاذبة

كانت ~ (س . ص) ...

---

صادقة

٢٤ - أخبر عن الصحيح فى الاستلزمات التالية :

١ - س . ص ~ ص < ~ (س . ص) ؟

٢ - ~ س . ص ~ ص < ~ (س . ص) ؟

٣ - ~ س . ص < ~ (س . ص) ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام أو لاشئ )

٣ ، ٢ ١

٢٥ - فى أى الحالات التالية تكون (س • ص) صادقة ؟

١ - اذا كانت س ، ص كلاهما صادقتين ؟

٢ - اذا كانت س صادقة وص كاذبة ؟

٣ - اذا كانت س كاذبة وص صادقة ؟

٤ - اذا كانت س ، ص كلاهما كاذبة ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام )

---

٤ ، ٣ ، ٢

٢٦ - فى أى الحالات الأربع السابقة تكون س ، (س • ص) كلاهما صادقة معا ؟

( اكتب الرقم أو الأرقام أو لاشئ )

---

٢٧ - عندما نستخدم الحروف س ، ص ، م لتمثيل قضايا غير معينة ، تكون العلاقة بين أى قضيتين منهما علاقة عدم ارتباط وعدم اكتراث •

أما العلاقات بين القضايا المشاركة فى القضايا المركبة فغالبا ما لا تكون علاقات عدم ارتباط وعدم اكتراث •

مثلا العلاقة بين س • ص وبين س هى •••

## علاقة استلزام شديد

٢٨ - العلاقة بين س • ص وبين ص • س هي ...

---

## علاقة تعادل

٢٩ - العلاقة بين س وبين س هي ...

---

## علاقة تناقض

٣٠ - دعنا نقيم أمثلة للعلاقات المنطقية الأخرى  
فالقضايا تكون «متضادة» عندما لا تكون صادقة معا ولكن  
يمكن أن تكون كاذبة معا .

وتكون «داخلة تحت التضاد» عندما لا تكون كاذبة معا  
ولكن قد تكون صادقة معا .

والعلاقة بين س • ص وبين ~ ص هي .....

---

## علاقة تضاد

٣١ - العلاقة بين س وبين ~ (س • ص) هي .....

---

دخول تحت التضاد .

٣٢ - العلاقة بين ~ س وبين س • ~ ص هي

..... تضاد .

## تدريبات عملية

### الفصل المنطقي

سنقدم هنا الرمز «أو» وسنربطه بالوصل وبالنفى .

١ - النفي ~ س بالنسبة للقضية س هو عبارة عن قضية تكون صادقة اذا كانت س ... و ... كاذبة ...

---

وكاذبة اذا كانت س صادقة

٢ - القضية الموصولة س . ص يجرى تعريفها بأنها قضية صادقة اذا كانت س ، ص ..... ولكن بخلاف ذلك تعد كاذبة .

---

صادقة أو كانت كلتاها صادقة

٣ - النفي والوصل هما دالتا صدق لأنهما تعرفان فقط من حيث الصدق أو الكذب وفقا لصدق أو كذب القضايا المركبة منها . وتوجد مركبات أخرى تستخدم النفي والوصل وتوصف كذلك بأنها دالات صدق . وعلى ذلك س . ~ ص هي دالة الصدق للقضيتين س ، ص لأنها تكون قضية صادقة عندما تكون س ..... و ص ..... ولكنها تكون في غير ذلك الوضع كاذبة .



صادقة ٠٠٠ كاذبة

( بهذا الترتيب )

٤ - عبر بدالات صدق القضية المركبة س ٠ ص ٠ م  
انها صادقة عندما تكون ٠٠٠٠  
وكاذبة عندما تكون ٠٠٠٠

---

( فى الفاظ مناسبة )

٠٠٠ كل القضايا س ، ص ، م صادقة

٠٠٠ أى واحدة منها أو أكثر كاذبة

٥ - ويوجد تصور لدالة صدق مفيدة هى الفصل وتمثلها  
لفظة «أو» أو الفاظ أخرى مثل «اما ٠٠٠ أو» وتعتبر القضية  
«شعره كان أسودا أو غامق اللون» هى عبارة الفصل للقضايا  
التالية :

« ٠٠٠٠٠٠ » و « ٠٠٠٠٠٠ »

---

« كان شعره أسودا » ٠٠٠ « كان شعره غامق اللون »

٦ - الفصل س أو ص بين جملتين هما س ، ص يكتب  
«س ٧ ص» (والعلامة ٧ مأخوذة من اللفظة اللاتينية فيل  
» « بمعنى أو )

وتعرف س ٧ ص بأنها تكون عبارة صادقة عندما تكون  
س صادقة أو ص صادقة أو كليهما ٠ وتكون كاذبة اذا كان  
س ، ص كلاهما كاذبتين ٠

فاذا كانت س صادقة ، ص كاذبة تكون س ٧ ص ٠٠٠٠

واذا كانت س كاذبة . ص صادقة تكون س ٧ ص ٠٠٠

واذا كانت س ، ص كلاهما صادقتين تكون س ٧ ص ٠٠٠

---

### صادقة (فى كل الحالات)

٧ - العلامة «٧» تستخدم للإشارة الى ما يسمى بالمعنى غير المانع للأداة «أو» لأنه يشير الى «س أو ص أو كلاهما» .  
وأحيانا عندما نستخدم «أو» أو الألفاظ الأخرى مثل « اما ..... أو ..... » ونقصد باستخدامها المعنى المانع كما هو الحال فى «س أو ص ولكن ليس الاثنان معا» .

فاذا حملت احدى أوراق الامتحان التعليمات الآتية :  
على الطلبة أن يجيبوا اما على السؤال الأول أو على  
السؤال الثانى . . فهذا سوف يفهم بالمعنى .....  
.....

---

### المانع

٨ - اذا حدث انى عدت لأجد البيت خاليا من كل شيء  
والباب مفتوحا فأقول «اما أنى قد تركت الباب مفتوحا أو أن  
غريبا دخل الى هنا»

فعبارتى سيجرى فهمها بالمعنى .....  
.....

---

### غير المانع

٩ - ليس من الواضح دائما بأى معنى نستخدم «أو» .  
وتأكيد «أو» يشير غالبا (ولكن ليس دائما باستمرار) الى المعنى  
المانع . على أى حال الرمز «٧» يستخدم دائما للإشارة الى  
المعنى غير المانع «س أو ص أو كلاهما» .

فإذا كان كل من س ، ص صادقا كان س ٧ ص .....  
وإذا كان كل من س ، ص كاذبا كان س ٧ ص .....

---

صادقة

كاذبة

( بنفس هذا الترتيب )

١٠ - الصيغة س - ص < س ٧ ص

تعني أن س ، ص تستلزمان س أو ص

فهل هذا الاستلزام صحيح ؟

---

نعم

١١ - إذا كانت س تعني «الأكوادور موجودة في أمريكا الجنوبية» وكانت (ص) تعني «الأكوادور موجودة في افريقيا» .

وقلنا «الأكوادور موجودة في أمريكا الجنوبية أو في افريقيا» كان من الممكن استخدام كلمة «أو» على السواء بمعناها المانع أو غير المانع طالما كنا نعرف سلفا بشكل مستقل أن أكوادور لا يمكن أن توجد في وقت واحد في أمريكا اللاتينية و افريقيا . وبالتالي يمكننا أن نرمز لهذه العبارة ببساطة في الشكل غير المانع وأعني به .....  

---

س ٧ ص

١٢ - يمكننا تكوين مفصولات (قضايا مفصلة) من ثلاثة قضايا (أو أكثر) كما هو الحال في س ٧ ص ٧ م التي

يمكن تفسيرها على النحو التالي س ٧ (ص ٧ م) . والأقواس  
منا غير ضرورية . ولما كانت «٧» تشير الى المعنى المانع لكلمة  
«أو» يكون معناها كالتالى : «على الأقل قضية من القضايا س ،  
ص ، م صحيحة» . فاذا كانت س ، ص صادقتين وم كاذبة  
كانت العبارة س ٧ ص ٧ م ٧٠٠٠٠

---

#### صادقة

١٣ - اذا استخدمنا النفى مع الفصل ينبغى أن نحترس  
عند استخدام الأقواس للتمييز بين - (س ٧ ص) ومعناها:  
«ليست واحدة من الاثنين س أو ص صادقة» وبين - س  
٧ ص التى تعنى «٠٠٠٠٠٠٠»

---

#### ( فى الألفاظ المناسبة )

« اما أن تكون س كاذبة أو ص صادقة (أو كلاهما) .  
١٤ - أكتب بالرموز «اما أن تكون س صادقة أو ص  
كاذبة (أو كلاهما) .  
[ فيما يأتى سنعتبر (أو كلاهما) كما لو كان مسلما بها ]

---

س ٧ ~ ص

١٥ - تكون الأقواس ذات أهمية اذا استخدمنا الوصل  
والفصل معا . وعلى ذلك فالصيغة (س٠ص) ٧ م معناها «اما  
أن تكون س ، ص صادقتين أو أن تكون م صادقة . ومن هنا  
تكون الصيغة س٠ (ص ٧ م) تعنى «٠٠٠٠٠٠٠»

( فى الألفاظ المناسبة )

« س صادقة واما أن تكون س صادقة أو م صادقة » .

١٦ - الصيغة ~ ( س . ص ) تعنى «ليست س ، ص  
كلتااهما صادقة» وتكون كاذبة فى حالة واحدة فقط وهى أن  
تكون س وص كلتااهما صادقتين . أو بعبارة أخرى انها تكون  
صادقة فى حالة واحدة فقط وهى أن تكون س كاذبة أو ص  
كاذبة أو كلتااهما . وبالتالى فهى تعادل القضية المفصلة  
س و ~ ص ويكون شكلها كالآتى «.....»

---

~ س ٧ ~ ص

١٧ - سنستخدم  $\equiv$  كرمز نشير به الى التكافؤ وقد  
برهنا فيما سبق على صدق التعادل أو التكافؤ  
~ ( ص . س )  $\equiv$  س ٧ ~ ص

فافرض أننا ننفى كلا الجانبين فى هذا التكافؤ فسنجد أن  
النفى يلفى بعضه فى الحد الأول الى اليمين . وبالتالى يمكننا  
أن نكتب النتيجة كالآتى : «س - ص  $\equiv$  .....»  
( أكمل الصيغة )

---

~ ( ~ س ٧ ~ ص )

١٨ - فى المثل السابق أوضحنا أنه يمكن التعبير عن  
الوصل بالنفى والفصل . والآن دعنا نقلب هذه النتيجة  
بالتكافؤ بين الوصل والفصل .

والفصل س ٧ ص يكون كاذبا فى حالة واحدة فقط وهى

أن تكون س ، ص كلتاهما كاذبتين • ويكون صادقا في حالة واحدة فقط وهي ألا تكون س ، ص كلتاهما كاذبتين •

فاكتب بالرموز «القضية المفصلة س ، ص تكافئ نفي القضية الموصولة ~ س ، ~ ص» •

---

س ٧ ص ≡ ~ ( ~ س ~ ص )

١٩ - إذا وضعنا س محل «يوجد بترول» ، ص محل «توجد حديقة» ، م محل «دارت المكنة» •

فاكتب بالرموز :

« اما انه لا يوجد بترول أو أنه لا توجد حديقة والمكنة لم تدر » •

---

( ~ س ٧ ~ ص ) • م

( انتبه الى الأقواس )

٢٠ - إذا كانت س ، ص صادقتين وم كاذبة فأى العبارات التالية صادقة ؟

( أكتب الرقم أو الأرقام أو لاشئ )

---

( ١ ) ، ( ٢ )

٢١ - إذا كانت س صادقة كانت س ٧ ص صادقة بغض النظر عما إذا كانت ص صادقة • وعلى ذلك فالاستلزام س س ٧ ص صادقة •

فأى الاستلزمات التالية صادقة :

( أكتب الرقم أو الأرقام أو لاشئ )



(١) ، (٢)

٢٢ - اذا أردنا أن نخصص بالرموز القضية المفصلة المانعة «س أو ص ولكن ليستا معا» يمكننا أن نفعل ذلك مباشرة بوضع رموز بدلا من العبارة «س أو ص ولكن ليس كلتا س ، ص» على النحو التالي : «.....»

( ملحوظة : الأقواس ضرورية )

ملحق

تعليقات وتعاريفات

للمترجم



## المنطق واللغة والرموز

١ - كانت التفرقة بين الشكل والمضمون أو الصورة والمادة في أعمال الفنانين اليونانيين مألوفة لدى اليونانيين قبل ظهور المنطق الصوري الأرسطي بـمدة طويلة . فاذا نظرت الى احدى التحف الفنية الأغريقية عرفت أن الصورة أو الهيكل البنائي في تلك التحفة هي التي تحدد مزايا الفن والجمال فيها عما سواها من القطع الفنية وغير الفنية . بل أن الكمال الذي يتمثل في التحفة المذكورة دون سواها ناشئ عن الصورة التي تتمتع وتتميز بها تلك التحفة .

ولكن من الصعب أو من المستحيل أن تكون التحفة صورة بلا مادة تتشكل منها تلك الصورة . ومن المستحيل أن نتخيل في مجالات الفنون والاشياء الطبيعية وجود الصورة والمادة مستقلتين احدهما عن الاخرى وان كانت الصورة لها الاولوية والاهمية القصوى في الفن بالذات عن المحتوى المادي .

وكذلك الحال في مجالات الفكر . فالفكر اذا عبرنا عنه بالقضية او بالبرهان كانت له مادته أو موضوعه كما تكون له بناء وصورة . وهذا معناه أن العبارة اللغوية صورة لمضمون معنوي يؤدي دلالات الفكرة المراد أدائها .

وقد تكون الفكرة المؤداة في احدى العبارات أو القضايا صحيحة وقد لا تكون والقضية الصحيحة هي قضية سليمة صادقة . وكذلك البرهان الصادق . فالصدق في البرهان

هو ما اذا كانت النتيجة قد قام عليها دليل صحيح أو تأكدت بالاستدلال الصحيح في المقدمات أو هو ما اذا كانت المقدمات تستلزم النتيجة . تلك هي النقطة الجوهرية في المنطق الاستدلالي . والاستدلال يشير الى العملية المنطقية التي تجعل النتيجة لازمة من المقدمات أو مترتبة عليها أو التي تشير الى النتيجة التي لزمّت عن المقدمات والاستلزام هو العلاقة بين القضايا التي بمجرد وجودها يلزم عنها ويترتب عليها وجود قضايا أخرى .

والصدق يشير الى القضايا عادة ولا يشير الى البراهين والاستدلالات . والقضية لاتصدق منطقيا بالاشارة الى الوقائع المادية التي تحتوى عليها وتتعلق بها وانما تصدق منطقيا عادة بسبب معناها وصورتها . وتوضح صورة القضية من ترتيب السياق (السينتاكس) الخاص بالكلمات بحيث يؤدي معناها . وصورة البرهان عبارة عن ترتيب الاجزاء التي يتألف منها . فمثلا هذه القضايا تملك نفس الصورة المنطقية وان اختلف مضمونها .

كل المصريين سنيون

كل المسلمين مصريون

اذن كل المسلمين سنيون

فكل هذه العبارات ذات صورة كلية موجبة لانها تؤكد حقيقة عن كل عضو بطريقة عامة عن موضوع الفئة ولكن مضمونها الذي تقرره مختلف في الثلاث قضايا من الناحية الصورية الخالصة لايهمنا المضمون أو المعنى في شيء . ويمكن تصوير هذا بالعبارة الحسابية التي تقول اثنان زائد اثنان

تساوى أربعة • فمهما كان مضمون هذه العبارة الحسابية فهي صادقة • وهكذا الأمر فى المنطق الصورى فأننا نستطيع أن نخلى انتباهنا تماما من المواد والأشياء الجزئية أو المضمون المعنوى للقضايا المنطقية ونركز على الصورة •• على صورة القضية أو بعبارة أخرى علاقة الاستلزام المنطقى التى يترتب بناء عليها استخلاص النتيجة من المقدمات كما هو الحال فى المثال السابق هى فى الواقع علاقة مجردة وصورية ولا تعتمد على الصدق الحقيقى فى المقدمات • فالألفاظ رموز لغوية مجردة تشير إلى أشياء وعمليات تجريبية عينية • وهى تؤدي دورها فى المنطق لتخدم غرضه باستخدام رموز على أعلى مستوى من التجريد • ويمكن أن نضع بدلا من الرموز اللغوية: مصريون سنيون مسلمون رموزا مجردة تماما مثل س ص ل على التوالى فنطقى بالاستدلال التالى :

كل س ص

كل ص ل

∴ كل س ل

وهكذا تتشكل أمامنا صورة القضية بوضوح ومن السهل أن نتعرف على الصدق الصورى للاستدلال الوارد هنا بغض النظر عن المضمون الخاص فى س ، ص ، ل ومهما تكن دلالاتها •

٢ - والمنطق الرمزى الجديد صار اليوم بمثابة حساب منطقى بعد أن تخلص نهائيا من مشكلة المضمون • وأصبح واضحا أن القوة التى يتمتع بها المنطق الرمزى والضمان الأكيد لعملياته ناشئان من أن هذا العلم لا يقول شيئا ولا يشير



الى أشياء ومتحرر تماما من كل التحديدات والتقييدات المادية  
أو الفيزيائية • فهو لا يشير الى مؤديات عينية فى الواقع  
الخارجى وانما يعنى بآفاق امكان استخدام الرموز القائمة  
من اجل أغراض مجردة واضحة • وهذه التجريدات مشروعة  
وصحيحة طالما كانت خاضعة للقواعد المنطقية ومتساوقة فيما  
يقين بعضها البعض •

ولا يتخيل أحد أن رجال المنطق الرمزى يشتغلون  
بأرياضيات أو أننا فى مجال المنطق الرمزى نشتغل بعلوم  
رياضية مثل الجبر مثلا • فقد أدى هذا الاحساس لدى الكثيرين  
الى خطأ فادح • فنحن فى مجال المنطق الرمزى نشتغل بالمنطق  
الصورى وحسب مهما تكن استفاداته من روافد شتى ومنوعة •

والمشكلة التى نشأت فى هذا الصدد حدثت بعد ظهور  
عدة أزمات غير مقصودة بطبيعة الحال ولكنها جزء من محاولات  
تجديد المنطق وتحسين أدواته وتطوير وسائله • وكان ذلك  
على أثر تطوير المنطق الرياضى المعتمد على المفاهيم  
الرياضية البحتة •

وأحب أن أنبه هنا منذ البداية أنه لا مانع من اجراء  
التجارب والمحاولات سواء من جانب الرياضيين أو الفيزيائيين  
من اجل تطوير أداة الفكر والفهم ومن اجل خلق أدوات  
منهجية صالحة لمواجهة كل جوانب الحركات الذهنية المماثلة  
لمجالات المنطق الصورى • لاشىء يمنع أن يوجد مئات  
الاتجاهات والتيارات كما هو حادث فى اوربا لكن من الضرورى  
أن يكون واضحا لنا تماما اسم الفرع أو الاتجاه الذى نعمل  
فيه •

ويمكن تعميق اتجاه بالذات من الاتجاهات التاريخية المعروفة لدينا اليوم فى تاريخ تطور العلوم الاستدلالية ويمكن اختيار أحد المنحنىات الهامة هنا أو هناك ولكن ينبغى أن يكون للفرع الذى نشتغل به اسم واضح مؤسس على تطورات علمية صحيحة .

وكان من الطبيعى لدى أصحاب العلوم الرياضية فى القرن الماضى أن تتولد اتجاهات ونزعات خاصة كمحاولات فى أرض كانت لاتزال حينذاك خالية من الوضوح ذهنى بصدد كثير من المشكلات العلمية والفكرية فى أبواب المنطق والرياضيات . وتغلب بعضهم مثل جورج بول (Boole 1815 - 1864) أن انشاء حساب صوري للفئات Formal calculus of classes قد يكون سهلا اذا استفدنا من تطبيق خصائص الجبر على المنطق وعلى القضايا والفئات . وأصدر بول سنة 1847 كتابه المشهور عن التحليل الرياضى للمنطق ليكون محاولة لخلق الجبر المنطقى أو المنطق الجبرى وليصبح نسقا كامل الصورة لمنطقه الجبر .

٣ - ولكى ندرك تفصيل مشكلة التحليل الرياضى للمنطق نجد أنفسنا مساقين الى الرجوع قليلا الى أرسطو والى حساب الفئات المبني على القياس الارسطى حتى ندرك خط السير الاساسى فى موقف بول . فنظرية القياس الارسطى تضم كل المنطق الاستدلالى الموجود فى كتب المنطق التقليدى . ويمكن ربط نظرية القياس الارسطى بفرع هام جدا فى المنطق الحديث وهو جبر الفئات Algebra of Classes ومن الميسور الاطلاع على ترجمة كتاب نظرية القياس الارسطية من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث الذى ألفه لوكازيفتش وقام

بتعريبه الدكتور عبد الحميد صبره ونشرته منشأة المعارف  
بالاسكندرية سنة ١٩٦١ -

وقد أظهر الدكتور عبد الحميد صبره كيف يكون المنطق  
الجديد امتدادا للمنطق الارسطي التقليدى فى مقدمته للكتاب  
المترجم فقال «يخطىء من يظن أن نظرية القياس الأرسطية  
قد انتفت بظهور المنطق الرياضى الحديث - والذين يعارضون  
بين منطق أرسطو والمنطق الرياضى انما يسيئون فهم العلاقة  
بينهما - فالمنطق الرياضى ليس جنسا آخر من المنطق يباين  
المنطق الأرسطى ، وانما هو منطق صورى فى ثوب جديد -  
وقد كان أرسطو أول من وضع أسس المنطق الصورى حينما  
صاغ فى القرن الرابع قبل الميلاد نظريته فى القياس» (١) -  
ولنشر الى لفظة القياس بما تسميه الكتب التقليدية باسم  
القياس الحملى مثال ذلك :

كل المصريين آكلو بقول

بعض المصريين فقراء

اذن بعض الفقراء آكلو بقول -

مثال آخر :

ليست الأعمال الظالمة مقبولة سياسيا

بعض الاجراءات الاستثنائية أعمال ظالمة

اذن بعض الاجراءات الاستثنائية غير مقبولة سياسيا

فهذه الأمثلة تضم ثلاث قضايا ، مقدمتين ونتيجة مقررة

---

(١) دكتور عبد الحميد صبره : نظرية القياس الارسطية ص ٧ -

كنتيجة منطقية مترتبة على الوصل بين المقدمتين • فاذا جعلنا المقدمتين ب ١ . ب ٢ كانت النتيجة ج وصار شكل القياس كالآتي :

( ب ١ . ب ٢ ) < ج .

ولكن هذه الطريقة في الرمز لاتجعل النقطة المنطقية واضحة • فهذه القضية الأخيرة ليست صادقة منطقيا لان صدق المثليين السابقين مبنى على علاقات معينة بين الفئات • وقد أشير اليها في المقدمات وهي علاقات لا وجود لها في القضية الاخيرة وليست بارزة بشكل أو بآخر • فالمثال الثانى يحتوى على فئات هي «الأعمال الظالمة» – «الأعمال المقبولة سياسيا» – «الاجراءات الاستثنائية» •

ويلاحظ أن القياس التقليدى أعطى أسماء محددة للفئات • فالحد المتكرر مرتين فى المقدمتين يدعى الحد الأوسط • والحدان الموجودان كموضوع ومحمول فى النتيجة يسميان الحد الأصغر والحد الأكبر • وبالتالي ففى المثال الأول الحد الأوسط هو المصريون فى حين أن الحدين الأصغر والأكبر هما «فقراء» و «أكلو بقول» على التوالى ووفقا لهذه المسميات تعرف المقدمة التى تحتوى على الحد الأصغر باسم المقدمة الصغرى فى حين تعرف المقدمة التى تحتوى على الحد الأكبر باسم المقدمة الكبرى • ومن المتفق عليه أن وضع المقدمة الكبرى قبل الصغرى افساد للقياس وان لم يكن لذلك علاقة بصدقه •

والقضايا المستخدمة فى القياس الأرسطى مرتبة فى أربعة أنواع مختلفة •

فهناك القضايا الشبيهة بالمقدمات الكبرى فى المثالين السابقين التى تروى شيئاً بالايجاب أو بالسلب عن كل موضوع الفئة وهى التى يطلق عليها اسم القضايا الكلية . وهناك القضايا الشبيهة بالمقدمات الصغرى والنتائج فى المثالين السابقين والتى تعطى أحكاماً تقريرية عن جانب فقط أو جزء فقط من موضوع الفئة وهى التى يطلق عليها اسم القضايا الجزئية . وهناك القضايا التى يمكن تصنيفها كقضايا موجبة أو سالبة وفقاً لتأكيداتها أو لنفيها لمحمول الموضوع . . فمثلاً المقدمة الكبرى فى المثال الثانى ونتيجته عبارة عن قضايا سالبة فى حين أن القضية الصغرى موجبة . وبالتالى نجد لدينا أربعة أنماط من القضايا (أربعة فقط) تؤلف الوحدات الأساسية للمنطق التقليدى وقد اعتاد المناطقة تمييزها للتيسير بالحروف المجاورة :

A	وتعرف	الكلية الموجبة ك م
E	وتعرف	الكلية السالبة ك س
I	وتعرف	الجزئية الموجبة ج م
O	وتعرف	الجزئية السالبة ج س

ويقال عن الحد انه مستغرق فى القياس الأرسطى اذا اشارت القضية التى يقع فيها الحد الى كل الفئة المذكورة فى الحد . أو بعبارة أخرى يقال عن موضوع القضية أو محمولها انه مستغرق اذا وقعت القضية على كل أفراد ذلك الموضوع أو ذلك المحمول أى بكل مصادقاته والا فالحد غير مستغرق .

والمصدق هو الفرد التى ينطبق عليها المفهوم مثل لفظ



مصرى ما صدقه الاربعون مليوناً من المصريين أما المفهوم فهو ما يخلقه الحد من المعانى فى الذهن أو الصفات الجوهرية الأساسية مثل انسان ومفهومه كائن حى حساس مفكر . والعلاقة بين المفهوم والمصدق عكسية وكلما زاد المفهوم قل المصدق والعكس صحيح .

وكل الاسماء العامة والفئات ذات مفهوم وما صدق مثل الانسان - الفرس - الكلب - الشجرة . . الخ . . والمصدق denotation هو كل الاشياء الفعلية التى ينطبق عليها الحد . والفئة الخاصة مثل تلك الأشياء تؤلف ماصدقها extension فمثلاً لفظ كلب يعين كل أعضاء الفئة الذين يدخلون تحت الحد مثل بيجو ولولو - ونابليون ، وكل هذه الأشياء تؤلف ماصدق الكلب .

ومفهوم حد من الحدود هو مجموعة الخصائص والصفات المميزة (الكيفيات) المشتركة بين أعضاء الفئة والتى من شأنها أن توفر لنا معياراً للحكم عن صحة استعمال هذا الحد أو ذاك . ومثل هذه الخصائص والمميزات هى المعنى المقصود بالحد . فمثلاً مفهوم الكلب حيوان أليف وفى ثديى من عائلة آكلة اللحوم وأى شئ يوجد له هذه الخصائص هو كلب .

والاستغراق distribution هو المدى الذى يبلغه ماصدق حد من الحدود . ويقال الحد مستغرق اذا أشار الى كل أعضاء الفئة عندما تضم أوسع مدى ممكن من الماصدق . مثال :

— كل مصرى افريقى

... الحد (مصرى) مستغرق لأن منطوق القضية وقع على كل فرد من أفراد المصريين .



– بعض المصريين مسيحيون

الحد (المصريين) غير مستغرق لان منطوق القضية لم يقع على كل المصريين بل وقع على بعض أفراد المصريين .

وتأمل الأمثلة التالية :

( أ ) لا قاطع طريق يحترم حقوق الملكية ك س E

(ب) بعض كواكب السينما فائتات ج م I

(ج) بعض الثعابين غير سام ج س O

فمن الواضح أن القضايا الكلية ك م ، ك س يستغرقان حدود موضوعهما . فاذا قلت (كل الرياضيين نشيطون) كان معنى ذلك أنني أخص بالهوية بين كل عضو من أعضاء فئة الرياضيين وبعض أعضاء فئة الاشخاص النشيطين . واذا قلت – لا قاطع طريق يحترم حقوق الملكية .

كان معنى ذلك أنني استبعد كل قاطع طريق من فئة محترمي حقوق الملكية ومن ناحية أخرى ، كل القضايا الجزئية (ج ٢ ، ح س) حدود موضوعاتها غير مستغرقة وذلك واضح لأن هذه القضايا ذات صورة .

– بعض س هو ص

أو – بعض س هو لا – ص

وهي لاتشير الى كل أعضاء الفئة س .

وكل القضايا السالبة الكلية والجزئية تستغرق حدود محمولاتها . وعندما نؤكد أن :

– لا قاطع طريق يحترم حقوق الملكية •

فاننا لانستبعد فقط كل قاطعي الطرق من الفئة الخاصة بأولئك الذين يحترمون حقوق الملكية وانما نستبعد أيضا كل محترمي حقوق الملكية من فئة قاطعي الطريق • وبالمثل عند تأكيد :

– بعض الثعابين غير سام

فاننا على الرغم من تقرير منطوق القضية عن جزء فقط من الفئة الخاصة بالثعابين فاننا نستبعد هذه الفئة من كل فئة المحمول «الأشياء السامة» •

ويمكن تلخيص الموقف بأن نقول ان كل القضايا الكلية تستغرق حدود موضوعاتها كما أن كل القضايا السالبة تستغرق حدود محمولاتها • وعلى ذلك يكون :

– ك م تستغرق الموضوع فقط •

– ج م لا تستغرق الموضوع ولا تستغرق المحمول •

– ك س تستغرق كلا من الموضوع والمحمول •

– ج س تستغرق المحمول وحده •

ومن هذا ننتقل الى القواعد التي تتحكم في صدق القياس :

أولا : ينبغي أن يكون الحد الأوسط مستغرقا مرة على الأقل •

ثانيا : لا يكون أى حد مستغرقا في النتيجة وغير مستغرق في المقدمتين •

ثالثا : لا يمكن استخلاص أية نتيجة •

رابعا - ( أ ) اذا كانت احدى المقدمتين سالبة كانت النتيجة سالبة بالضرورة •

(ب) اذا كانت النتيجة سالبة كانت احدى المقدمتين بالضرورة سالبة •

وتسمى هذه القواعد ببديهيات القياس المنطقي ويمكن استخراج عدد من التفريعات منها • فمثلا يقال (لا يمكن استخلاص نتيجة من جزئيتين) •

والآن نسأل أنفسنا : كم عدد أنماط القياس الصحيحة ؟ ونجيب أن عدد امكانيات هذه الأنماط غير محدود • ففي كل قياس أربعة أنماط مختلفة من القضايا يمكن توفيرها كمقدمات كبرى وهي (كـم - جم - كـس - جس) وبالمثل توجد أربع امكانيات مختلفة للمقدمة الصغرى ونفس العدد للنتيجة فاذا نظرنا فقط الى أنماط القضايا الموجودة كان عندنا  $(4 \times 4 \times 4)$  أى ٦٤ نوع ممكن من أنواع القياس • وهذه كلها يطلق عليها اسم ضروب القياس

وعلىنا أن نراعى الطريقة التى ننسق بها وضع وترتيب الحد الأكبر والأصغر والأوسط فهناك أربع طرق لترتيبها بالحرف (ص) والى الحد الأصغر بالحرف (ك) توفر لدينا مايلي :

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	
ص - و	ص - و	و - ص	و - ص	صغرى
و - ك	ك - و	و - ك	ك - و	كبرى
ص - ك	ص - ك	ص - ك	ص - ك	نتيجة

ومن الواضح أنه يمكن التعبير عن كل واحد من الأربعة  
والستين نوعاً من أنواع القياس في واحد من الأنماط المختلفة  
الممكنة بحيث تصبح عندنا ٢٥٦ نمطاً • ولكن لحسن الحظ  
أننا إذا طبقنا قواعد القياس على كل تلك الأنماط الممكنة  
وجدنا أن ١٩ فقط من بينها تكون صادقة • والآنماط  
الصادقة من بينها هي :

### من الشكل الأول

Barbara	كـم كـم كـم (بربارا)
Claretn	كـس كـم كـس (كلارنت)
Darii	كـم جـم كـم (داريي)
Ferio	كـس جـم جـس (فيريو)

### من الشكل الثاني

Cesare	كـس كـم كـس (سيزار)
Camestres	كـم كـس كـس (كاميستريس)
Festino	كـس جـم جـس (فيستينو)
Baroco	كـم جـس جـس (باروكو)

### من الشكل الثالث

Darapti	كـم كـم كـس (دارابتي)
Disamis	جـم كـم جـم (ديساميس)
Datisi	كـم جـس جـس (داتيزي)
Feiaption	كـس كـم جـس (فيلابتون)
Bocardo	جـس كـم جـس (بوكادو)

Ferison

كس جم جس (فيريسون)

من الشكل الرابع

Bramantip

كـم كـم جس (برامانتيب)

Camenes

كـم كـس كـس (كامينيس)

Dimaris

كـس كـم جس (ديماريس)

Fesapo

كـس كـم جس (فيسابو)

Ferisison

كـس جم جس (فريسيسون)

وكانت هذه العمليات شائعة خلال العصور الوسطى  
وأعطيت لها هذه الأسماء اللاتينية فى أشعار لحفظها  
واستذكارها .

٤ - وكما شهدنا الآن يعنى القياس أساسا بفئات الأشياء  
ويمكن ملاحظة ذلك بوضوح فى المثال الأول الذى ضربناه  
وهو :

كل المصريين آكلو بقول

بعض المصريين فقراء

اذن بعض الفقراء آكلو بقول

فالقياص هنا يتعلق بفئات «المصريين» ، «آكلو البقول»  
و «فقراء» . وفكرة الفئة من الأفكار الأساسية فى المنطق  
وواضحة للجميع من الاستعمال العادى . فهى أى عدد من  
الأشياء أو أى مجموعة أو جملة أشياء أعضاؤها يملكون  
خاصية مشتركة . وهذه الخاصية هى الخاصة المميزة  
defining Property للفئة .

وهذا المفهوم العادى للفئة قائم على العلامات المميزة وهو المعمول به فى المنطق التقليدى فى حين أن المنطق الرمزى الجديد استخرج مفهوما مختلفا للفئة ونظر الى الفئة من حيث ماصدقها أى من ناحية أعضاء الفئة (١) أما هنا فنحن لانزال نستخدم الفئة من حيث مفهومها أى من حيث الخاصية المشتركة بين أعضاء الفئة جميعا ولا تفوتنا الفوارق الظاهرة بين هذين المفهومين : المفهوم الذى ينظر من حيث الماصدق الى الفئة والمفهوم الذى ينظر الى الفئة من حيث مفهومها أى من حيث الخاصية التى بوجودها فى عضو ما يكون عضوا فى فئة محددة • ولكن النظرتين صحيحتان وكل منهما تستخدم حسب السياق المناسب لها • ولما كنا هنا لانزال بصدد المفهوم التقليدى للفئة ينبغى أن نحافظ على وجهة النظر من حيث المفهوم فى نظرتنا الى الفئة •

وعندما نستخدم وجهة النظر السائدة والعامة والتقليدية فى استعمالنا للفئة سنجد أنه من الممكن مطها قليلا • ففى اللغة العادية الفئة هى مجموعة أو حزمة أو طائفة من الأشياء ذات الخاصية المعينة المشتركة • ولذلك فلن يكون مناسبا من وجهة النظر هذه بالذات (وليس من وجهة النظر الخاصة بالماصدق فى تحديد الفئة) أن توجد فئة ذات عضو واحد فقط كما لا يمكن اطلاقا وجود فئة فارغة وخالية من أى أعضاء على الاطلاق • ولكن محاولتنا لمط مفهوم الفئة (أو مايسمى بالفصل أحيانا) تستدعى منا الكلام فى بعض الاستعمالات عن الفئة الفارغة والفئة ذات العضو الواحد •

---

١ - راجع الفقرة ٤ فى الفصل السادس من كتاب مقدمة فى المنطق الرمزى تأليف بيسون وأوكونر وترجمة الدكتور عبد الفتاح الديدى طبعة دار المعارف القاهرة سنة ١٩٧١ •



ونلاحظ أن البعض وخاصة في الرياضيات يستخدمون وهم محقون لفظة فصل عند ترجمة فئة class وهي موجودة بهذا الاسم في التحليلات الرياضية وفي الكلام عن التصنيف في عمليات التعريف وتحديد معاني الألفاظ وإذا راجعت كتاب برتراند رسل عن مقدمة للفلسفة الرياضية ترجمة الدكتور محمد مرسى أحمد ومراجعة الدكتور الاهوانى ستجد في الباب الثانى عشر نفس الاستعمال لفظة الفصل في ترجمتها .

وتتبع عملية التصنيف بابا من أبواب نظريات العلوم ومناهج البحث مما لا مجال لذكره هنا تفصيلا . غير أننا نشير اليها عابرين للكلام عن الفئة واستخدامها باسم «الفصل» في التقسيم المنطقى أو مايسمى عادة بالقسمة المنطقية Dichotomr والجنس Genus الذى تبدأ به القسمة عادة يعرف بأنه الجنس الأرفع summum genus كما تعرف الأنواع species التى تنتهى بها القسمة المنطقية عادة باسم الانواع السفلى .

وبالقسمة المنطقية نحصل على نصفين يستنفدان القسمة فى فئتين يستبعد كل منهما الآخر ويصبح كل شئ «أ» أو «لا - أ» - وتستمر القسمة الى نصفين فى كل عضو كامل من القسمين الناتجين حتى نصل الى الانواع السفلى . وهذه القسمة المنطقية تتمثل خصوصا فى شجرة فورفور يوس ويمكن مراجعتها فى ترجمة الدكتور الاهوانى لايساغوجى ونكتفى هنا بالإشارة الى أنها تبدأ بالجنس ثم بالنوع ثم بالفصل ثم بالخاصة ثم بالعرض العام حتى يمكن اعطاء أدق تعريف فى مواصفات الكائن . فمثلا الانسان فان وعقل وحساس وحى وعضوى . وعند حدوث القسمة المنطقية تظهر نقيض هذه

الصفات وهى تشير الى فئات فارغة كما قلنا . فمثلا نقول :  
الانسان فان نقيضها فئة غير الفانين وهى فئة فارغة لانه ليس  
بها أعضاء . وكذلك الانسان جسمى ونقيضها فئة غير  
الجسمى وهى كذلك فئة فارغة لاتضم أى أعضاء .

والفئة تذكرنا بمثل «فئة ملوك بريطانيا الذين لهم ست  
زوجات» وهذه الفئة تحتوى على عضو واحد فقط هو هنرى  
الثامن . وتحتوى فئة «ملوك انجلترا الذين أعدموا» عضوا  
واحدا هو الملك شارل الاول . ويهمنا أن نلاحظ أننا لانستطيع  
أن نتصرف فى هذه الفئات التى تسمى بفئات الوحدات  
unit-classes وأن نفرض الهوية بين الفئة من هذا القبيل  
وعضوها الوحيد لانه لا هوية بينهما . مثال ذلك قولنا «هنرى  
الثامن مات سنة ١٥٤٧» فهذه قضية صادقة ولكن القضية  
من المعنى .

والى جانب هذه الفئة ذات العضو الواحد توجد فئة تسمى  
بالفئة الفارغة empty class أو null class وهى الفئة التى  
التقريرية «فئة ملوك انجلترا الذين تزوجوا ست زوجات  
ماتت سنة ١٥٤٧» ليست قضية صادقة أو كاذبة لانها خالية  
ليس فيها أى أعضاء على الاطلاق . ويمكن القول أن العبارات  
الوصفية التالية قد تصف خصائص الفئة الفارغة عندما  
لاتصف شيئا على الاطلاق مثل «العدد الزوجى أكبر من  
الاثنين» أو «الوجود فى مربع دائرى» أو الوجود فى شكل  
حيوان بحرى نصف انسان ونصف سمكة «أو» أن يكون ملكا  
على ألمانيا سنة ١٩٥٠ «وهذه أمثلة يمكن سرد الكثير منها الى  
ما لا نهاية . ولكن يلاحظ أنه على الرغم من امكان عثورنا  
على عدد لا نهائى من الخصائص التى تميز الفئة الفارغة فنحن

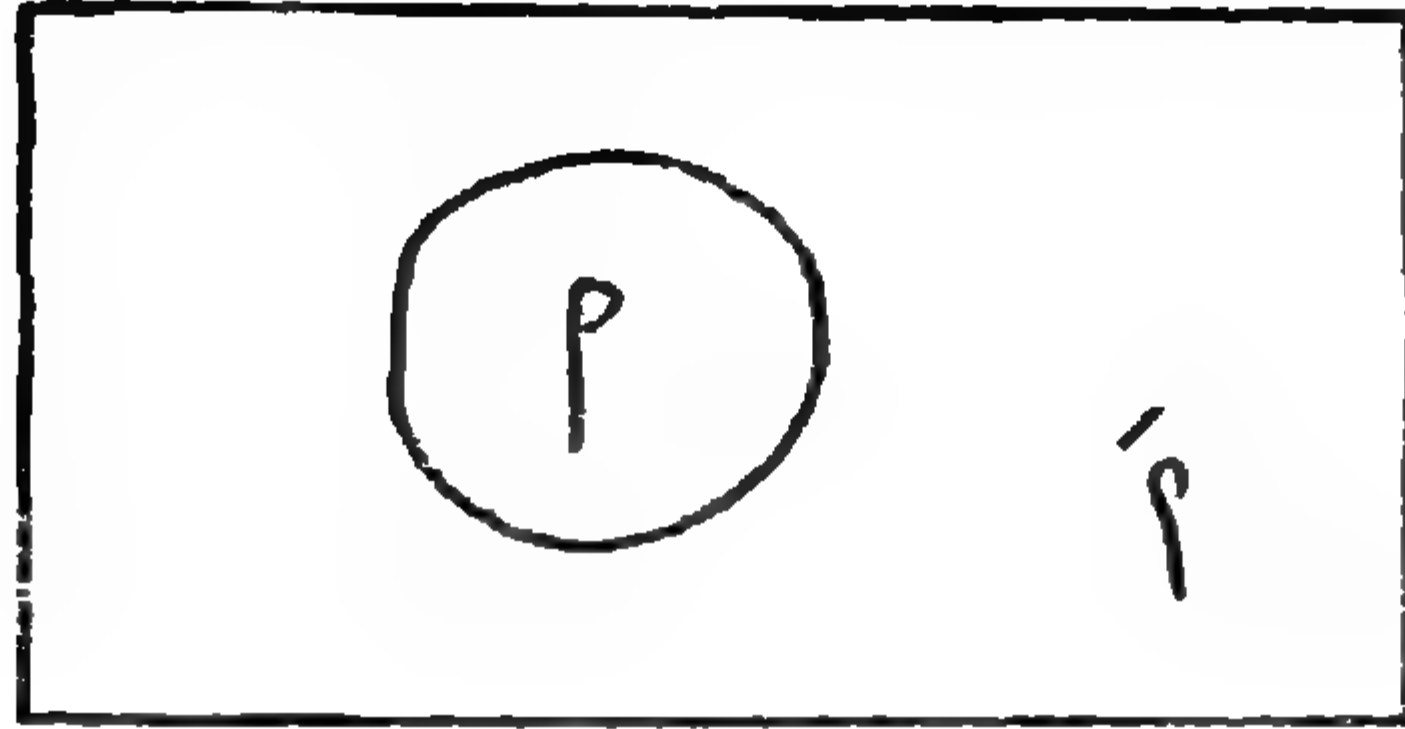
لأنقرر وجود فئة فارغة منفصلة تتعادل مع كل خاصية من هذه الخصائص . ولا نستطيع أن نفترض مثلاً وجود فئة فارغة من الحيوان البحرى نصف انسان ونصف سمكة لأنها قد تؤدي الى تعقيدات لا حصر لها ولا طائل من ورائها . ولكن يمكن القول بوجود فئة فارغة واحدة ويمكن البرهنة على أنه لا ينشأ خطأ منطقي ما من افتراض وجود فئة واحدة من هذا النوع . وقد يبدو افتراض وجودها على هذا النحو غير ذي أهمية ولكنه سيكون مفيداً كما نرى كلما تقدمنا فى حساب الفئات .

٥ - ودعنا نسمى الفئة المناقضة أى «خلف خلاف» بالفئة المكملة complementary بعد حدوث القسمة المنطقية . أى أن كل قسمة تخلف لنا فئتين : فئة تحتوى على أعضاء وفئة مكملة أخرى لاتضم أى عضو من الفئة الأولى . فمثلاً اذا استخدمنا أ ، ب ، ج للإشارة الى الفئات وافترضنا أن الفئة أ هي فئة الكلاب ، فمثل هذه الفئة تقابلها خلافاً فئة اضافية هي فئة كل مالىس بكلب ويرمز الى هذه الفئة الجديدة بالرمز أ والمصدق الخاص بالرمز أ هنا هو كل الأشياء التى ليست كلاباً . والآن ينشأ عندنا سؤال واضح : ولكن ماذا يدخل فى فئة أ ؟ كل شئ طبعاً مثل القطط والاسماك وأوعية الايبان والاعداد العظمى والاسطول اليابانى والمعادلات الرباعية فهى جميعاً داخلية فى الفئة أ كما يدخل فيها أى شئ فى الوجود سوى الكلاب . ولاشك أن مشاكل خطيرة تهدد المنطق بالسماح بعضوية مثل هذه الفئات . ولهذا أوجد المنطقة مايسمونه بعالم المقال universe of discourse وقد أدخل هذا التصور «عالم المقال» فى المنطق دى مورجان de Morgan (١٨٠٦ - ١٨٧١) .

ودى مورجان يشرح معنى عالم المقال على النحو التالى  
فيقرر فى كتابه عن المنطق الصورى مايلى :

« دعنا نأخذ نقيضين مثل انسان ولا انسان • فسنجد  
فيما بينهما أنهما يمثلان كل ما هو حقيقى وخيالى فى الكون •  
ولكن النقيضين فى اللغة العادية يضمنان عادة جانبا من فكرة  
عامة ولا يضمنان كل ما هو داخل اطار الكون • وفيما يتعلق  
بالانسان المصرى وغير المصرى نقيضان فكل انسان يجب أن  
يكون أحد اثنين مصرياً أو غير مصرى ولا يمكن أن يكون  
كليهما معا • ويمكن أن تنشأ هوية بين لا – مصرى وأجنبى  
وكذلك بين لا – أجنبى ومصرى • ويقال نفس الشيء عن  
العدد الصحيح والعدد الكسرى فى مجال العدد كما يمكن أن  
يقال نفس الشيء عن الذكر والانثى فى الحيوانات وهكذا •  
ولكى نصل الى التعبير عن ذلك الوضع يمكننا أن نخص الفكرة  
الكلية التى تكون موضع اعتبار باسم «العالم» أى الفكرة الكلية  
أو الكل الذى ننظر فى وقت معين فى أجزائه • ولنطلق على  
الأسماء التى لا يوجد بينها أى شىء مشترك ولكنها تحتوى فيما  
بينها على الكل الشامل موضع الاعتبار بهذا الصدد أو ذاك  
اسم نقائض فى علاقة بهذا «العالم» المعين بالذات • فاذا كان  
عالم المقال هو النوع البشرى كان مصرى وأجنبى نقيضين كما  
هو الحال فى : عسكرى ومدنى وذكر وأنثى ••• الخ •••  
فاذا كان عالم المقال هو الحيوان كان انسان وغير العاقل  
نقيضين وهكذا ••• » •

فعندنا اذن فئتان أ ، أ اللذان يضمنان فيما بينهما الكل  
الشامل في عالم المقال • ويمكن تمثيل هذا العالم وما يتألف  
منه على النحو التالي :



فتكون فئة الحيوان - اذا أخذنا هذه الفكرة كعالم  
للمقال - قابلة للانقسام الى قسمين متباعيين بالتبادل فيما  
بينهما ويشتملان جماعيا على فئات مستنفدة من الكلاب وغير  
الكلاب •

٦ - ومن الحقائق الاساسية بشأن الفئات انها تحتوى  
كلها على أفراد باستثناء الفئة الفارغة • فهناك علاقات فئات  
اساسية وجوهرية بالضرورة ويرمز عادة الى العلاقة بين عضو  
الفئة التى هو عضو فيها بالحرف اليونانى مقلوبا • وعلى ذلك  
فالقضايا :

( أ )سقراط حكيم •

( ب )بيجو كلب •

( ج ) نابليون ميت •

يمكن الرمز اليها لا باستخدام الرموز فى حساب المحمول  
مثل :

د - ف س



على أساس أن ف متغيرة تشير الى الفئة ، وانما يمكن  
الإشارة اليها على النحو التالي :

م - س 3 أ

على أساس أن س متغيرة تشير الى فرد و أ هي متغيرة فئة .  
وعلى ذلك يجرى استخدام <sup>3</sup> ليكون ثابتة لتمثيل علاقة  
الارتباط بالفئة .

وهناك علاقة أساسية أخرى هي علاقة الاحتواء أو الضم  
inclusion فمثلا :

ن - سقراط فان

يمكن تمييزها بشكل حاسم بفضل صورتها المنطقية من  
القضية :

ه - كل الناس فانون .

ذلك أن القضية (ن) السابقة تقرر أن فردا معينا عضو  
في فئة معينة محتواه في فئة أخرى . فالقضية (ن) قد  
استعملت الرموز على طريقة القضية (م) . ولكن اذا شئنا  
وضع (ه) في صورة رمزية كان علينا أن نلجأ الى ثابتة  
منطقية أخرى ونعيد كتابة (ه) على النحو التالي :

و - 1 < ب

ويمكن تصوير الاختلاف الاصلى بين العلاقات الرموز  
اليها بالرموز ٣ ، على النحو الآتى :

تعنى علاقة متعدية (1) Transtive فى حين أن ٣

---

١ - أنظر كتاب المنطق الوضعى ص ٨٨ للدكتور زكى نجيب محمود،  
فهذه العلاقة لا بد لها من زوجين من الأطراف على الأقل بحيث يكون هنالك  
طرف مشترك من الزوجين .



غير متعدية • والعلاقة المتعدية هي العلاقة (ع) التي اذا كان  
 س له (ع) مع ص وكان ص ذا (ع) بالنسبة الى ط كان س ذا  
 (ع) مع ط • والعلاقة (أكبر من) مثال من أمثلة علاقة التعدى •  
 وعلاقة (أكبر من) يشار اليها فى الجبر بالشكل  $\leq$  وعلى ذلك  
 اذا كان

$$س \leq ص ، ص \leq ط \therefore س \leq ط$$

ومن الضرورى أن نشير الى أن العلامة  $\leq$  تستعمل فى  
 هذا الكتاب كدالة استلزام وهذا استخدام قديم لدالة  
 الاستلزام الحالية  $\supset$  التى جرى استعمالها فى كتاب مقدمة  
 للمنطق الرمزى (طبع المعارف) •

أما علاقة الاحتواء inclusion فهى نمط آخر مختلف •  
 فيقال :

$$\text{اذا كان } أ \leq ب ، ب \leq ج \\ \therefore أ \leq ج .$$

ونلاحظ رمز الاحتواء لياتى بحيث تكون الأولى  
 أ تحتويها ب وهكذا ... كما أن علاقة «عضوية الفئة»  
 ليست علاقة متعدية • فاذا كان حسن من مصر ، وكانت مصر  
 عضوا فى منظمة الامم المتحدة ... فلايتبع ذلك أن حسن  
 عضو فى منظمة الامم المتحدة لأن الدول وحدها أعضاء فى  
 منظمة الامم المتحدة وليس الأفراد •

٧ - ونتكلم الآن عن نقطة أخرى لاتقل أهمية عن  
 السابقة وهى مجموع الفئة Sum وناتج الفئة Class product  
 فلنفرض أننا أخذنا فئة الكائنات البشرية كعالم مقال واخترنا  
 فئتين داخليتين فى الفئة الكبيرة : نئة الناس ذوى العيون

الزرقاء وفئة الناس ذوى الشعر الفاحم . . سيكون عندنا عالم مقال وبداخله ٤ فئات فقط يستبعد أحدهما الآخر ويستنفد مجموعها عالم المقال شاملا . وهذه الفئات هي :

١ - الناس ذوو العيون الزرق من ذوى الشعر الفاحم .

٢ - الناس ذوو العيون الزرق من غير ذوى الشعر الفاحم .

٣ - الناس ذوو الشعر الفاحم من غير ذوى العيون الزرقاء .

٤ - الناس من غير ذوى الشعر الفاحم والعيون الزرقاء فاذا اخترنا (أ) للأشخاص ذوى العيون الزرق واخترنا (ب) للأشخاص من ذوى الشعر الفاحم توفر لدينا أربع قضايا :

١ - أ ب

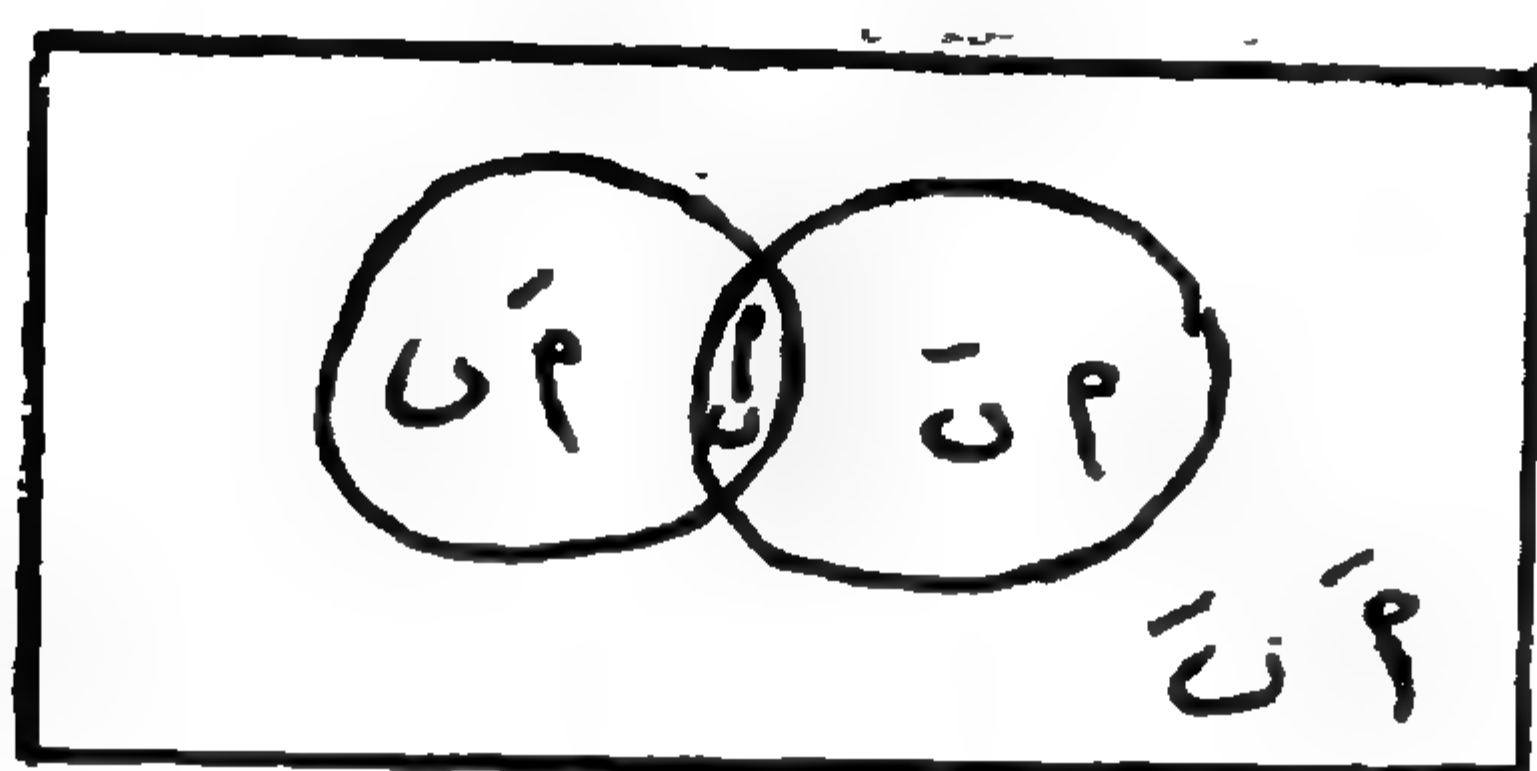
٢ - أ ب̄

٣ - أ̄ ب̄

٤ - أ̄ ب̄

ويمكن أن نستعير الشكل الذى اقترحه فين Venn (١٨٣٤ - ١٩٢٣) - للتعبير عن الوضع :

ففى هذا الشكل يمثل الحيز بين الدائرتين أ ، ب فئة الناس من ذوى العيون الزرق والشعر الفاحم فى آن معا . وهذه الفئة هى ناتج منطقى Logical product أو التقاطع intersection الموجود بين الفئتين . وهناك من ناحية أخرى الدائرتان كلاهما ويمثلان معا مجموع الدائرتين أو الاتحاد بين الفئتين ويؤلفان فئة ثالثة هى فئة الناس الذين اما عيونهم زرق أو شعرهم فاحم أو كلاهما .



والآن تتضح لنا الحاجة الى رموز محددة لحساب الفئات . وينبغى تحديد التصورات السارية فى حساب الفئات على النحو التالى :

- |           |                             |
|-----------|-----------------------------|
| أ ، ب ، ج | ١ - فئات                    |
| أ ، ب ، ج | ٢ - فئات مكمل               |
| ٥         | ٣ - الفئة الفارغة           |
| ١         | ٤ - عالم المقال             |
| »         | ٥ - عضوية الفئة             |
| <         | ٦ - الاحتواء الفئوى         |
| أ ب       | ٧ - الناتج المنطقى للفئتين  |
| أ + ب     | ٨ - المجموع المنطقى للفئتين |

وسنرى أنه بالإمكان ادماج فئتين أو أكثر من أجل تكوين فئة أخرى ثالثة عن طريق ثوابت منطقية مناسبة تماما كما يمكن في الحساب القضوى  $\text{propositional Calculus}$  دمج قضيتين أكثر في قضية ثالثة .  
وعلى ذلك فالمثال

٩ - أ ب

يشير الى فئة الناس الذين اما أن يكونوا فاحمى الشعر وغير ذوى عيون زرقاء معا أو غير فاحمى الشعر . ونلاحظ أننا غيرنا هنا بعض الشيء فى الرموز تخفيفا وللملاءمة الكلام مع الفكر المعاصر فى حين أن رقم ٣ السابق عند بول هو  $Z$  كما أن بول يشير الى عالم المقال بأنه الفئة  $u$  من كلمة  $\text{universal class}$  فالقطة  $Z$  حسب تعريف بول هى الفئة غير ذات الاعضاء والفئة : هى الفئة الكلية التى تحتوى كل الأشياء فى كل الفئات موضوع الاهتمام .

جبر الفئات عند بول :

١ - قلنا فى الفصل السابق أن بول ألف كتابا عن حساب الفئات من أجل استغلال الافكار الرياضية القوية المحددة فى مجالات المنطق وكان يظن أن المنطق سيتحول الى رياضيات أو على الأقل تحديد حساب الفئات بهذه الصورة يخلق علما رياضيا جديدا .

ونلاحظ أن بول استفاد من مفهوم القياس الأرسطى كما استفاد من مفهوم قوانين المنطق . واستغل الناحيتين أدق استغلال - ناحية الفئات وناحية قوانين المنطق من أجل بناء قواعد الجبر الرياضى وطرق الاستدلال الجديدة ، ونحن ننبه

هنا مرة أخرى في أن هذا العرض لنظرية الجبر الرياضى عند بول يفيد أولاً في التعريف بإحدى الخطوات الهامة التى مر بها المنطق فى أواخر القرن الماضى وأوائل هذا القرن الى حد الثلاثينات تقريباً كما يفيد ثانياً فى التعريف ببعض دواعى الفشل عند عدد من أصحاب الاتجاهات المعاصرة اذا حاولوا إعادة تأسيس المنطق الرمزى الجديد بنفس ذلك المفهوم . فمنطق بول من هذه الناحية خطوة نحو التمهيد للأفكار المنطقية الجديدة ولكنه لا يغنى اليوم فى الاستقرار والفاعلية لأن هذا الموقف نعده اليوم خاطئاً لأنه انتقل بالمنطق الى مجال الرياضيات وهو ما نتحاشاه وجعل المنطق يتأرجح مع مفهومات بعيدة عن جوهر كيانه ومفهومه . أعنى أننا ندرس منطق بول باهتمام للوقوف على أطراف ظاهرة هامة كان لها دورها الكبير فى إثراء المنطق الرمزى الجديد ولكنها كمرحلة لاتصلح بحال من الأحوال للوقوف عندها والانتهاء اليها والعمل بالترميز الخاص بها (١) .

وسنوضح ذلك الجبر الرياضى لأن أهمية الاستدلال الرمزى الحالى تكمن فى أنه قادر على أن يسرى على أدق المسائل المتصلة بأسس الرياضيات بأكملها .

٢ - جورج بول كان أستاذاً للرياضيات فى كوينز كوليغ بكورك . وهو يؤلف التحليل الرياضى للمنطق سنة ١٨٤٧ وقوانين الفكر سنة ١٨٥٤ ، ويتألف جهده من عدد من المحاولات

---

١ - يشير أوكونروبيسون فى كتابهما الذى قمت بترجمته مقدمة فى المنطق الرمزى ( ص ١٥٦ من الأصل الانجليزى فى ثبت المراجع بالملحق الذى بالكتاب الى أن لغة الرموز عند بول صارت قديمة وغثة وأصبحت غير مستعملة . وهذا هو ما نحتاج دائماً الى التنبيه اليه . وراجع كتابى النفسانية المنطقية عند جون استيوارت مل ص ١٦ ( هيئة الكتاب ) لاستكمال موضوع منطقة الرياضيات .

المجادة لاقامة نسق جبرى تشير فيه المتغيرات الى الفئات  
وعمليات الضرب والجمع التى تمثل مختلف الوسائل لادماج  
الفئات من أجل استخراج واستنباط فئات جديدة • وقد طبق  
بول الجبر على أفرع منطقية عديدة بما فى ذلك القياس  
التقليدى (١) •

ويعتبر بول أحد القائمين باصلاح المنطق جنبا الى جنب  
مع السير وليام هاملتون ودى مورجان والاب طومسون ممن  
اتفقوا على ضرورة اجراء التعديلات والتغيرات فى أساس  
علم المنطق ذاته • وأطلق اسم كل المحمول أو سور المحمول  
على هذه الحركة لاصلاح المنطق • وسور المحمول معناه ضرورة  
تقرير ما اذا كان الموضوع أو بعضه فقط متفقا أو مختلفا مع  
المحمول (٢) •

ففى مثل هذه القضية :

كل المعادن عناصر

نجد أن الموضوع مسبق بسور يحدد الكم الخاص به ولكن  
المحمول غير مسبق بسور • ونحن نعرف أن المعادن عناصر،  
ولكن القضية لاتحدد لنا بوضوح ما اذا كانت المعادن تؤلف  
مجموع العناصر المعروفة أم لا • أما فى القضية التالية :

كل المعادن هى بعض العناصر

فتعبر لنا بوضوح أن المعادن هى جانب فقط من العناصر  
أو هى جزء من العناصر •

ويتمتع نسق بول الجبرى بالتصورات الأساسية  
التالية :

- 
- (١) راجع الفقرة الأولى من الفصل الأول من كتاب مقدمة فى  
المنطق الرمزي ، ترجمة عبد الفتاح الديدى •  
(٢) راجع الفصل الثانى والعشرين من كتاب دروس أولية فى  
المنطق تأليف جيفونز •



- ١ - تصور الفئة .
- ٢ - تصور الفئة المكملة أو نفي الفئة .
- ٣ - تصور الفئة الفارغة الوحيدة .
- ٤ - الناتج المنطقي للفئتين (١) .
- ٥ - الهوية بين الفئات .

ويرمز لهذا التصور الأخير بالعبارة  $A = B$  وتعني هوية الفئتين  $A$  ،  $B$  أن كل عضو في الفئة  $B$  والعكس صحيح . وعلى ذلك يمكن تعريف التكافؤات التالية كما يلي :

( أ )  $1 \text{ تك } 5 \text{ تف } 0$  (تك اختصار تكافىء ، وتف اختصار تعريف) (وهذه تعنى أن عالم المقال هو المكمل للفئة الفارغة)

(ب)  $A + B \text{ تك } (A \cup B) \text{ تف } 0$

(ج)  $A < B \text{ تك } A \cup B = 5 \text{ تف } 0$

التكافؤ نشير اليه حاليا فى المنطق الرمزى الجديد بالثابت  $\equiv$  (انظر مقدمة فى المنطق الرمزى ص ٦٥ - ٦٧) . ولا أريد هنا أن أخلط لغة بول باللغة المعاصرة .

وتسرى القوانين التالية على كل الفئات فى النسق .

١ - أولا  $A = A$

ثانيا  $A + A = A$

٢ -  $A < A$

٣ - إذا كان  $A < B$  .  $B < A$  .  $\therefore A = B$

---

١ - راجع الترميز الخاص بالتصورات الأساسية الأربع الأولى فى آخر الفقرة السابقة .

٤ - اذا كان  $A < B$  ،  $B < C$  .  $\therefore A < C$

٥ - أولا  $AB = BA$

ثانيا  $A + B = B + A$

وتلك هي قوانين التبادل commutative laws بالنسبة الى الجمع والضرب .

٦ - أولا  $A(BC) = (AB)C$

ثانيا  $A + (B + C) = (A + B) + C$

وتلك قوانين الترابط للضرب المنطقي والقسمة المنطقية (associative laws)

٧ - أولا  $A(B + C) = AB + AC$

ثانيا  $A + BC = (A + B)(A + C)$

وهذه هي قوانين الاستفراق

٨ -  $0 < A < 1$

٩ - أولا  $0A = 0$

ثانيا  $1A = A$

وتقرر أولا في رقم (٩) الصدق الواضح في أنه لا يوجد أعضاء مشتركون في أى فئة وفي الفئة الفارغة . وثانيا في رقم (٩) تقرر صدقا واضحا مماثلا في أن الأعضاء المشتركين في أية فئة وفي عالم المقال هم أعضاء في الفئة الأولى .

١٠ - أولا  $0 + A = A$

ثانيا  $1 + A = 1$

$$11 - \text{أولا } \bar{A} = 0$$

$$\text{ثانيا } \bar{A} + A = 1$$

فهذا القانون الأخير يقرر أن أولا تقول انه لا يوجد أعضاء مشتركون في احدى الفئات وفي مكملتها كما أن ثانيا تقول ان المجموع المنطقي لأيّة فئة ومكملتها تستنفد كل عالم المقال .

$$12 - \text{أولا } (AB) = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\text{ثانيا } (A + B) = \bar{A} \bar{B}$$

وتلك قوانين دي مورجان للازدواج .

$$13 - (\bar{\bar{A}}) = A$$

وهذا هو قانون نفى النفى أو التضمين *involution*

وقد تقررّت هذه القوانين بدون برهان وفي معظم الحالات حقا ستبدو أشد وضوحا من أن تحتاج الى برهان . ولكنها تستطيع طبعا أن تعد اعدادا نسقيا كنسق من البديهيات (١) .

ولعله من الملاحظ أن عددا من هذه القوانين مشابه لبعض القوانين الخاصة بحساب القضايا في المنطق الرمزي وخصوصا في رقم ٥ ، ٦ ، ١٢٧ ، ١٣ . والتماثل في الحقيقة قريب لان حساب القضايا هو مجرد تفسير للجبر الرياضى عند بول . وهذا هو مايدل على التأثير التاريخي لحركة الاصلاح في القرن الماضي على المنطق الحال .

---

١ - لترى نفس الطريقة التى إتبعها المنطق الرمزي ازاء حساب القضايا وهي نفسها مطبقة هنا راجع الفصل الرابع من مقدمة في المنطق الرمزي .

٢ - نلاحظ أن الجبر المنطقي الذي اكتشفه بول كان مفيدا لحل المشاكل المتعلقة بعلاقات الفئات ذات القدر الكبير من التعقيد . وقد عاون هذا الجبر على حل مشكلات منطق التناوب alternation والوصل والنفي (١) وعاون بعض الشيء في التمهيد و اظهار البوارد الخاصة بدالة الصدق Truth function ولكن تصورهما لم يصبح واضحا الا عند فريجه (١٨٧٩) (٢) ولعله من المفيد الآن أن نعرف كيف يجرى تطبيق جبر الفئات والقياس عند بول حتى يتدخل في حل المشاكل الناجمة عن علاقات الفئة المتمثلة في القياس التقليدي .

ولكى نستخدم جبر الفئات لحل المشكلات المنطقية علينا أن نطبق القوانين المذكورة آنفا (في أواخر الفصل الماضي وأوائل هذا الفصل) على طريقة التعامل بالتعبيرات الخاصة بالفئة والمتعلقة بتطوير هذه التعبيرات . ويجرى تناول هام للتعبير بتطوير هذه التعبيرات . ويجرى تناول هام للتعبير بالفئة من خلال الصورة المعيارية Canonical or normal form فالامر يتعلق بتعبير دالة الصدق في صورة الوصل المعيارية داخل حساب القضايا لانها تؤلف اجراء قطع decision procedure في الحساب (٣) وهناك اجراء مماثل لحساب الفئة وهو الذي يعبر عن صيغة الفئة كمجموع نواتج ( أى

---

١. Quine : Methods of Logic ص ١٢

٢ - د . عبد الفتاح الديدي : القضايا المعاصرة في الفلسفة - معنى الصدق في المنطق الرياضى ص ٢٢٣ - ١٥٥ .

٣ - راجع معنى اجراء القطع في كتابنا المترجم عن مقدمة في المنطق الرمزي ص ٩٦ واجراءات القطع هي التي تعين على القطع بأن التعبير تحصيل حاصل أو ليس تحصيل حاصل .

كصورة معيارية للفصل) بحيث يحتوى كل ناتج عضو في المجموع (مجموع النواتج) على كل رموز الفئة الواردة في التعبير سواء كان منفيا أو غير منفي .

دعنا نأخذ مثلا للتعبير (ف) عن فئة من فئات بول :

$$١ - ف = ( \bar{أ} \bar{ب} ) + \bar{ج} \bar{ }$$

فعلينا أن نضع تعبير هذه القضية كمجموع نواتج يحتوى على كل رموز الفئة أ ، ب ، ج سواء منفية أو مثبتة مثل :

$$٢ - ف = \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} + \bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج$$

ويجرى التحول من (١) الى (٢) بالتطبيق المتتابع للقوانين المذكورة في الفقرة السابقة مباشرة :

$$ف = ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

$$= ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

وفقا لرقم ١٢

$$= ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

وفقا لرقم ١٢

$$= ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

وفقا لرقم ٧

$$= ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

وفقا لرقم ٩

$$= ( \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} ) + ( \bar{أ} \bar{ب} ج )$$

وفقا لرقم ١١

$$= \bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} + \bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج$$

وفقا لرقم ٧

وأخيرا باسقاط الصورة الماثلة  $\bar{أ} \bar{ب} ج$  وفقا لرقم ١

نحصل على :

$$\bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج + \bar{أ} \bar{ب} ج$$

وسنرى فى هذه التوسعات نواتج مكررة كما هو الحال فى  
 أ ب ج ويمكن اسقاطها وفقا لرقم ١ ونواتج أخرى تحتوى  
 على رمز الفئة ونقيها مثل : أ أ ب ج وتعادل ه ويمكن  
 اسقاطها وفقا لرقم ١٠ .

ويمكن ترجمة الصور القضيوية للمنطق التقليدى فى  
 رموز جبر الفئات كما يلى :

كل س هي ص	س ص = ه
لا س هي ص	س ص = ه
بعض س هي ص	س ص . ه
بعض س ليست ص	س ص ه

وعلى ذلك مثلا قولنا «كل الناس فانون» تصبح «الفئة  
 المؤلفة من أشياء هي ناس وغير فانين معا هي فئة فارغة» .  
 وكذلك قولنا «بعض المالين غير شرفاء»

تصبح «فئة الاشياء التى هي معا ماليون وغير شرفاء فئة  
 فارغة» .

دعنا ننظر فى القياس السيزارى من الضرب الثانى

- لا مسيحيون مهربون
- كل تجار الشنطة مهربون
- لا تجار شنطة مسيحيون

ويمكن ترجمة هذه الى لغة الرموز لحساب الفئات على النحو  
 التالى :



$$ع ل = هـ$$

$$م ل = هـ$$

$$م ع = هـ$$

وبعد المقدمات والنتيجة (لاحظ أنه وفقا (رقم ٥) الخاص بقانون التبادل في الفقرة (٢) السابقة يتصف الترتيب الذي نكتب به الناتج لمنطقي بعدم المادية immaterial أى بعدم التقيد بالمعنى أو بالموضوع ، نحصل على مايلي :

$$م ل ع + م ل ع = هـ$$

$$م ل ع + م ل ع = هـ$$

$$م ل ع + م ل ع = هـ$$

وبادماج المقدمات نحصل على مايلي :

$$م ل ع + م ل ع + م ل ع + م ل ع = هـ$$

ولما كان مجموع هذه الفئات الاربع هو الصفر ، فان مجموع أى فئتين منهما هو كذلك صفر وبالذات :

$$م ل ع + م ل ع = هـ$$

وهذه هي النتيجة :

دعنا نأخذ قياسا بمقدمة جزئية وبالتالي بنتيجة جزئية وفيما يلي مثل من القياس الديماريسى من الضرب الرابع :

بعض دافعى الضرائب يصوتون ع (جـ م) ، ل

كل المصوتين مواطنون ل (ل م) م

بعض المواطنين دافعوا ضرائب م (جـ م) ع

وبترجمة هذه الى لغة جبر الفئات نحصل على مايلي :

$$ع \text{ ل } \pm ٥$$

$$\text{ل م } \pm ٥$$

---


$$\text{م ل } \pm ٥$$

وبعد هذه المقدمات والنتيجة الى الصورة المعيارية نحصل

على :

$$\text{م ل ع } + \text{م ل ع } = ٥$$

$$\text{م ل ع } + \text{م ل ع } = ٥$$

---


$$\text{م ل ع } + \text{م ل ع } = ٥$$

نحن نعرف الآن من المقدمة الصغرى أن  $\text{ل ع } = ٥$  على ذلك المقدمة الكبرى هي  $\text{م ل ع } + ٥ = ٥$

وبالتالى فئة  $\text{م ل ع }$  لابد أن تكون ذات أعضاء أى  $\text{م ع } = ٥$  وهذا هو ماتقرره النتيجة - (رجاء ملاحظة أنه من  $\text{م ل ع } = ٥$  يمكن استنباط أن  $\text{م ع } = ٥$  ولكن ليس العكس لان  $\text{م ع } = ٥$  ستكون صادقة اذا كانت  $\text{م ل ع } = ٥$  وكانت  $\text{م ل ع } = ٥$

وتوجد ٤ ضروب قياسية صادقة فى المنطق التقليدى ولكنها لايمكن البرهنة على صدقها بجبر الفئات - وتلك الضروب من القياس هى ذات النتيجة الجزئية المستنبطة من مقدمتين كليتين - هذه الضروب من القياس هى دارابتى وفيلابتون من الضرب الثالث وبرامانتىب وفيسابو من الضرب الرابع وسبب ذلك هو أننا عندما نتناول الفئات بمناهج الجبر

التي وضعها بول لانستطيع أن نجزم ما اذا كانت الفئات المستخدمة ذات أعضاء أم لا . ولكن المنطق التقليدي كان يزعم زعما ملموسا بأن كل الفئات المذكورة في البرهان ذات أعضاء (١) .

وكل ضروب القياس التقليدي يمكن التعبير عنها بدون أن تفقد قوتها اذا مددناها بواسطة الشكلين التاليين :

$$أ \text{ ج } \text{ أ ب } = هـ$$

$$\text{ب } \text{ ج } = هـ$$

$$\hline \text{ج } \text{ أ } = هـ$$

$$\text{ب } - \text{ أ } \text{ ب } = هـ$$

$$\text{ب } \text{ ج } + هـ$$

$$\hline \text{ج } \text{ أ } \pm هـ$$

حيث تكون ( أ ) الشكل الذي يجرى تطبيقه عندما تكون النتيجة كلية و (ب) عندما تكون النتيجة جزئية .

٤ - مما يذكر اذن أن المفهوم الحديث للجبر ابتداء كما قلنا من قبل عند جماعة المصلحين الانجليز British Reformers من أمثال بيكوك Peacock وهيرشل Herschel ودي مورجان وبابيج Babbage وجريجوري وبول ووضع بيكوك مؤلفه عن الجبر Treatis con Algebra سنة ١٨٣٠ وكان حدثا كبيرا في

---

١ - راجع مقدمة في المنطق الرمزي ترجمة المترجم الفصل الخامس  
فقرة ١٢

تاريخ تقدم الرياضيات أن يفصل بيكوك الرموز عن الأرقام وأن يستبعد المفهوم السائد عن الرموز بوصفها تمثل أرقاما بالفعل وبالتعويض يتم ارجاع الأرقام الى وضعها الصحيح . وكانت هذه الحركة من جانب بيكوك مصدرا لكثير من أوجه التطور والتنوع فى تطبيقات الجبر الرياضى . ولو لم يتم تحقيق مفهوم الجبر بوصفه مجرد نسق تجريدى لما أمكن تخطى العقبات الكبيرة التى حطت من شأن الرياضيات فى القرن الثالث عشر .

والحساب الجبرى وجبر الفئات الذى صاغه بول لأول مرة فى كتابه عن قوانين الفكر حصل على شكله النهائى لدى اشرويد E. Schroder فى مؤلفه الكبير من ثلاثة أجزاء باسم محاضرات عن جبر المنطق الصادر فى ليبزيج فى السنوات بين ١٨٩٠ - ١٩٠٥ . وأكد اشرويد أن جبر المنطق يمكن أن يقام على أى مجموعات متنوعة من المصادر التى يمكن استخدامها كبدائل لبعضها البعض . وقام هنتينجتون E. V. Huntington بصياغة العديد من المجموعات الجبرية عند بول بعد تطويرها وتكييفها وتعديل رموزها بما يتناسب مع المنطق الجديد . ونشرها فى مجلة جمعية الرياضيات الامريكية سنة ١٩٠٤ فى العدد الخامس .

### الاستدلال المباشر والمنطق التقليدى

١ - كان الواجب هنا أن ننتقل من حساب الفئات الى المنطق الصورى الحديث ثم الى المنطق المعاصر . ولكن الاستدلال الحديث لا يفهم الا بتناول الاستدلال الصورى كما وضعه أرسطو لأول مرة حيث انه يتألف من الاستدلال بين

القضايا والانتقال من بعضها الى البعض الآخر وفقا للمعنى المنطقي الخالص .

ولذلك نعود الى ارسطو مرة أخرى لاسترجاع قواعد الاستدلال الصوري التي وضعها بنفسه للانتقال بين القضايا بعضها البعض اعتمادا على المعنى المنطقي والشروط الصورية البحتة .

٢ - القضية هي منطوق الحكم الذي يحتمل الوصف بالصدق أو بالكذب وهي تتألف في المنطق التقليدي الارسطي من موضوع ومحمول وسور للقضية يحدد الكم . والنوع الأساسي للقضايا الذي اعتمد عليه ارسطو دائما هو القضايا الحملية بمعنى أن المحمول يحمل حملا على الموضوع . وفي العادة في اللغات الاجنبية نتحدث عن الرابطة La copule التي تربط المحمول وتحمله حملا على الموضوع وهي عبارة عن فعل الكينونة .

٣ - وهناك تقسيم رباعي ارسطي للقضايا . فالقضية تكون عادة واحدا من الانواع التالية وفقا لسورها .

١ - كلية موجبة مثل كل طير ذو جناحين .

٢ - جزئية موجبة مثل بعض الطيور جارحة .

٣ - كلية سالبة مثل ليس من الطير مايلد .

٤ - جزئية سالبة مثل بعض الطيور لا يهاجر .

٤ - وهناك تقسيم بالرموز أوضح من هذا وفقا للاشارة الى مربع التقابل الارسطي المشهور . فالكلية الموجبة يشار اليها بالرمز ك . والكلية السالبة يشار اليها بالرمز ل .

والجزئية الموجبة يشار اليها بالرمز ب والجزئية السالبة يشار اليها بالرمز س . فالقضايا اذن هي :

- ١ - كلية موجبة ويشار اليها حملا م (ك) ن كل م هي ن
- ٢ - كلية سالبة ويشار اليها حملا م (ل) ن لا م هي ن
- ٣ - جزئية موجبة ويشار اليها حملا م (ب) ن بعض م هو ن
- ٤ - جزئية سالبة ويشار اليها حملا م (س) ن بعض م هو لا - ن

٥ - واضح مما تقدم من القضايا أن «كم» القضية وكيفها يتحددان بأداة معينة مثل كل التي تجعل من القضية كلية موجبة «وبعض» و «لا» و «ليس بعض» . . . . . وهكذا . وهذه الأدوات هي أسوار للقضايا لانها تحيط بالقضية احاطة السور بالموقع الأرضي فتحدد كمها وكيفها . ولكن المنطق الحديث صار يتحدث أيضا عن كل المحمول أى سور محمول القضية وهو ما لم يرد من قبل حديث عنه ولعل أول من أشار اليه هو دى جورجيان ، وقام حساب جديد فى المنطق الرمزي الجديد باعتباراً من سور المحمول فى القضايا .

٦ - ويقال عن القضية ان موضوعها مستغرق أو غير مستغرق وكذلك المحمول . والفئة فى المحمول أو فى الموضوع تكون مستغرقة اذا كانت الاشارة شاملة لكل عضو فى الفئة التى يشير اليها الموضوع أو المحمول . ويكون الحد غير مستغرق اذا لم تكن الاشارة فى القضية لاتؤدى نحو كل عضو فى الفئة التى يشير اليها الحد . ومن الواضح أن حد الموضوع يكون عادة فى القضايا الكلية مستغرقا فى حين أنه لا يكون مستغرقا فى القضايا الجزئية . ولا يكون التحديد الخاص بالاستغراق ولناخذ القضية :



— لا اسكيمو هو مثال

فهذه تخرج بوضوح كل فئة المثالين من فئة الاسكيمو كما  
أنها تخرج الاسكيمو من فئة المثالين • ولذلك فالحد الذى يشير  
الى المحمول مستغرق كذلك •

وفى القضية :

— بعض رجال البوليس مخبرون سريون •

فالحد الذى يشير الى المحمول ليس مستغرقا •

وفى القضية :

— كل الوزراء أعضاء فى مجلس الامة :

ليست الاشارة الى كل فئة أعضاء مجلس الامة وعلى ذلك  
فالمحمول ليس مستغرقا •

نوع القضية	الموضوع	المحمول
كلية موجبة	مستغرق	غير مستغرق
كلية سالبة	مستغرق	مستغرق
جزئية موجبة	غير مستغرق	غير مستغرق
جزئية سالبة	غير مستغرق	مستغرق

٧ — ومن الاشياء التى تعين على اظهار الاختلاف بين  
القضايا وتعاون فى البرهنة والاستدلال المباشر تلك القوانين  
المنطقية التى نطلق عليها اسم قوانين الفكر • فدورها فى

الاستدلال له أهمية في اظهار الفروق وبناء المعنى المنطقي على سواء من أجل البرهنة على الصدق أو الكذب بناء على تناقض أو هوية بينه وبين الصدق أو الكذب في قضايا متقدمة .

وقوانين الفكر هي :

١ - قانون الهوية ومعناه أى شيء هو ما هو عليه أو هو هو وفي المنطق اذا صدقت قضية كانت صادقة لانها صادقة أى أن س تستلزم س صادقة على الدوام ومثل هذه القضية تحصيل حاصل .

٢ - قانون عدم التناقض فلا يمكن للأشياء أن تكون وألا تكون في نفس المكان والزمان وفي المنطق القضية لاتصدق ولا تكذب في آن معا اذا كانت الملايسات والتعريفات هي نفسها .

٣ - قانون الثالث المرفوع وهو اما أن يكون الشيء أو لا يكون في نفس الوقت والمكان . وفي المنطق كل قضية اما أن تكون صادقة أو كاذبة اذا كانت الملايسات والتعريفات هي نفسها . فالقضية اما س أو لا - س صادقة من باب تحصيل الحاصل .

٨ - وتعيننا العلاقات المنطقية بين القضايا وفقا لشكل مربع التقابل على تحديد صدق وكذلك القضايا . وفي مربع التقابل تنشأ علاقات واضحة بذاتها . وأهم خاصية في العلاقات المنطقية بين القضايا هو أنها تعيننا على استنباط بعض الاستدلالات المباشرة القائمة على البرهنة ابتداء من صدق أو كذب بعض القضايا على صدق أو كذب قضايا

أخرى • ولعل أهم أبواب المنطق هو باب الاستدلال المباشر الذى يعود بالعقل على الاستدلال من صدق أو كذب قضية على صدق أو كذب قضية أخرى • وبهذا تمكن معرفة متى تستلزم القضية غيرها منطقيا وبرهانا أو متى تتعارض معها أو متى تستقل عنها •

وقد شهدنا فيما سبق كيف يكون ممكنا أن صدق أو كذب قضية أو أكثر يحدد صدق أو كذب قضايا أخرى • ولم نجد صعوبة فيما سبق فى التعرف على القضايا المتناقضة أو القضايا المتكافئة • وتقول سوزان استبنج (١) انه بدون التعرف على بعض حالات من التناقض وتمييز التكافؤ على الرغم من الاختلاف الشكلى للعبارات يصعب على المرء أن يبدأ، دراسة المنطق لان المنطق عبارة عن التفكير فى محاولة حل المشكلات ، والعلاقات المنطقية الممكنة سبع وهى :

- |                  |                       |
|------------------|-----------------------|
| Contradiction    | ١ - التناقض           |
| contrariety      | ٢ - التضاد            |
| subcontrariety   | ٣ - الدخول تحت التضاد |
| superimplication | ٤ - الاستلزام         |
| Subimplication   | ٥ - الالتزام          |
| equivalence      | ٦ - التكافؤ           |
| independence     | ٧ - الاستقلال         |

والمهم هو أن ندرك كيف يصبح صدق بعض القضايا أو

---

1. L.S. Stebbing : A modern Elementary Logic p. 30.

كذبها سبيلا للبرهنة على صدق أو كذب قضايا سواها • فإذا  
نظرنا الى القضايا التالية :

( أ ) الطبيعة الانسانية لا تتغير أبدا •

(ب) اذا كانت الطبيعة الانسانية لا تتغير أبدا لما انتهت  
الحروب •

(ج) اذا كانت الطبيعة الانسانية تتغير فستنتهى  
الحروب •

( د ) الحروب لن تستمر دائما •

(س) الحروب لن تنتهى •

(ل) الطبيعة الانسانية تبقى دائما كما هي •

(م) الطبيعة الانسانية تستطيع أن ترتفع الى القمم  
العالية •

(ن) الطبيعة الانسانية لا تتغير •

فهذه القضايا تتعلق اما بموضوع الطبيعة الانسانية أو  
بموضوع الحروب أو بالعلاقة فيما بينهما • غير أن القضايا  
قد تتعلق بنفس الموضوع دون أن تكون متصلة منطقيا كما  
هو الحال فى (أ) ، (م) فكلاهما قد يكون صادقا أو كاذبا أو  
احدهما صادقة والاخرى كاذبة • وعلى ذلك فصدق أو كذب  
احدهما مستقل الصدق أو الكذب منطقيا عن الاخرى •  
وهذا هو معنى الاستقلال (رقم ٧ السابق) وهناك أزواج  
أخرى من القضايا المستقلة فى القائمة مثل (م) ، (ن) •

ولكن بعض القضايا فى القائمة ليست مستقلة عن  
بعضها • فهناك (أ) التى تنكر ماتقرره (ن) وهما على علاقة

تناقض ببعضهما • ولأول وهلة تبدو (ب) ، (ج) ، كما لو كانتا متناقضتين • ولكن بقليل من التأمل سيتبين أنهما ليسا كذلك وأنهما مستقلتان في المعنى عن بعضهما • ولا يوجد أى تناقض بين القول بأن الحروب ستستمر في بعض الظروف (على ألا تتغير الطبيعة الانسانية) ولكن ليس في ظروف أخرى (على أن تتغير الطبيعة الانسانية) •

ولو نظرنا في (ب) ، (أ) مما حصلنا على قضية وصل :  
— اذا كان الطبيعة الانسانية لا تتغير فلن تنتهى الحروب  
والطبيعة الانسانية لا تتغير أبدا •

وماهى العلاقة بين هذه القضية — قضية الوصل هذه — وبين القضية (د) المذكورة في القائمة ؟ اذا كانت (ب) ، (أ) كلاهما صادقة ، فالقضية (د) لابد صادقة أيضا • ولكن (د) قد تكون صادقة أيضا • ولكن (د) قد تكون صادقة حتى لو كانت قضية الوصل (ب) ، (أ) كاذبة • اذن فصدق (د) يدع صدق قضية الوصل (ب) ، (أ) غير محددة • وهناك قضايا في القائمة لو صدقت الاولى صدقت التالية لكن لو صدقت التالية لبقى صدق الاولى أو كذبها غير محدد • وتلك علاقة الاستلزام بالنسبة الى الالتزام •

وهناك (أ) ، (ل) وهما تقرران نفس الموضوع • فاما أنهما صادقتان معا أو كاذبتان معا • وتلك هى القضايا المتكافئة •

ولنذكر هذه العلاقات بشيء من التحديد :

١ — التكافؤ ويكون عادة بين س ، ص اذا كانتا متكافئتين بحيث اذا كانت بينهما علاقة من هذا القبيل وكانت س صادقة



كانت ص أيضا صادقة واذا كانت ص صادقة كانت س كذلك  
صادقة • واذا كانت س كاذبة كانت ص كاذبة واذا كانت ص  
كاذبة كانت س كذلك كاذبة • اذن س ، ص لو كانتا صادقتين  
او كاذبتين معا • وهذا هو معنى العلاقة القائمة اذا قلنا ان  
س تستلزم ص ، ص تستلزم س •

٢ - الاستلزام وهو ملزم لانه يفرض وضعه ولا يفرض  
عليه وضع المتعلق به من القضايا فتكون س متداخلة تداخلا  
ملزماً مع ص على أنه اذا كانت س صادقة كانت ص صادقة ،  
ولكن ص قد تكون صادقة دون أن تلزم س بأن تكون صادقة •  
اي أن ص قد تكون صادقة وتبقى س كاذبة • فصدق س يلزم  
ص بأن تكون صادقة ولكن صدق ص يدع س غير محددة •

٣ - الالتزام فتلتزم س بالصدق في ص على أنه اذا  
كانت ص صادقة كانت س كذلك صادقة • ولكن س قد تكون  
صادقة على الرغم من أن ص كاذبة • فعلاقة الالتزام هي عكس  
علاقة الاستلزام فاذا كانت س هي المستلزمة بالنسبة الى ص  
كانت ص هي الملتزمة بالنسبة الى س •

٤ - الاستقلال فتكون س مستقلة عن ص اذا كان  
لا صدق س ولا كذبها يحدد صدق أو كذب ص والعكس  
صحيح •

٥ - الدخول تحت التضاد - فتدخل س تحت التضاد  
بالنسبة الى ص على شرط أنه اذا كانت س كاذبة كانت ص  
صادقة ، واذا كانت ص كاذبة كانت س صادقة في حين  
امكان أن تكون س ، ص صادقتين معا • ولكنهما لا تكذبان  
معا •



٦ - التضاد فتكون س على علاقة تضاد بالنسبة الى ص على شرط أنه اذا كانت س صادقة كانت ص كاذبة واذا كانت ص صادقة فلا بد أن تكون س كاذبة في حين أنه من الممكن أن تكون س ، ص كاذبتين معا . ولكنهما لا يصدقان معا .

٧ - التناقض فتكون س ، ص متناقضتين احدهما بالنسبة الى الاخرى على شرط أنه اذا كانت س صادقة كانت ص كاذبة واذا كانت س كاذبة كانت ص صادقة . وعلى ذلك لا يمكن أن تكون س ، ص صادقتين معا أو كاذبتين معا ولا بد أن تكون احدهما صادقة والاخرى كاذبة .

وهذه هي علاقات للتوافق أو عدم التوافق فاذا نشأت العلاقات الخمس الأولى بين القضايا نشأ بين هذه القضايا توافق أما اذا نشأت العلاقات بين النوعين الاخيرين فهما غير متوافقتين . وتدمج علاقة الاستقلال التوافق بأى نقص كامل الى أى شروط ضرورية للاستدلال . ويتضح هذا النقص الى أى ارتباط استدلالى يمكن من القضيتين (م) ، (د) . وهو ظاهر أيضا فى حالة (ب) ، (ج) على الرغم من عدم ادراكها بسهولة . والمتضادات غير متوافقة كذلك أو متعارضة بما لا يقل وضوحا عما هو حاصل فى المتناقضات والمتضادات تختلف عن المتناقضات فى أنه لا يوجد بدائل متكافئة بالنسبة الى كلا القضيتين المتضادتين .

ويمكن تلخيص السبع علاقات فى الجدول التالى حيث  
س صادقة وس كاذبة وكذلك بالنسبة الى ص :

العلاقة	المعطى	اذن ص أو ص	المعطى	اذن ص أو ص
س متكافئة مع ص	س	ص	س	ص
س ملزمة مع ص	س	ص	س	غير محددة
س مستقلة عن ص	س	غير محددة	س	ص
س داخلة تحت التضاد	س	غير محددة	س	غير محددة
مع ص	س	غير محددة	س	ص
س متضادة مع ص	س	ص	س	غير محددة
س متناقضة مع ص	س	ص	س	س

٩ - ويجىء دور الاستدلال المباشر فنقول اذا تم الاستدلال بواسطة قضية صفري أو قضية كبرى أو قضية متوسطة تحتويها المقدمتان كان اسمه استدلالاً غير مباشر .

كل س هي ص

كل ص هي ع

كل س هي ع

أما اذا جرى الاستدلال مباشرة من قضية واحدة كان اسمه الاستدلال المباشر *immediate inference* وأول نوع من الاستدلال المباشر هو التقابل *opposition* والنوع الثانى منه هو التكافؤ *equivalence*

١٠ - ويتم التقابل عندما يجرى الاستدلال من قضية ما الى قضية أخرى بنفس الموضوع والمحمول . ويضم التقابل كلا من التناقض والتضاد والدخول تحت التضاد والاستلزام والالتزام .

مثال ذلك : نقيض كل س هو ص عبارة عن القضية التالية : بعض س هو ص وهي قضية مختلفة تماماً عن الأولى •

١١ - أما التكافؤ فينبني على علاقة التكافؤ التي تكون فيها القضية المستدل عليها مكافئة تماماً أو صورة مصغرة للقضية الأصلية • وهذا التكافؤ هو الذي ينتج من عمليات الاستدلال المباشر •

Convresion

١ - العكس المستوي

obversion

٢ - نقض المحمول

obverted converse

٣ - نقح العكس المستوي

contraposition

٤ - عكس النقيض

inversion

٥ - النقيض

## الاستدلال بالتواتر

### ١ - متى ظهر الاستدلال بالتواتر (١)

Raisonnement par réurrenc

ظهر الاستدلال بالتواتر

في الفترة التالية على فترة ظهور جبر الفئات • اذا لم يلبث رجال الرياضيات أن أصبحوا شديدي القلق بشأن العلم الذي اشتغلوا به وتخصصوا فيه وخاصة عقب الهجوم

---

(١) يسمى الاستدلال بالعودة في المصطلح العربي المعاصر ولكننا فضلنا لفظة التواتر فهي الأقرب الى المعنى الدقيق للعملية الاستدلالية بهذه الصورة خاصة وأن البرهنة هنا قد تكون بالعود أو بالتقدم • ولهذا فالتواتر يكون بالنقص أو بالزيادة وهو الأقرب الى طبيعة العملية الاستدلالية هنا ونكتفي بالتنبيه الى أن صطلحات الفلسفة للدكتور بدوي اكتفت بالعود •

العنيف الذى صدر من هاملتون ضد الرياضيات ورجالها .  
فصار علماء الرياضيات من أكثر الناس حرصا على إعادة  
النظر فى أسس الرياضيات ومن أشدهم اهتماما  
باللوجيسطيقا ورموزها وقواعد حسابها وأصول حساب  
البديهيات .

وظهر فى عام ١٨٩٣ كتاب أسس علم الحساب تأليف  
فريجه Frege وكتاب أصول الرياضيات تأليف بيانو Peano  
وكان ظهوره سنة ١٨٩٥ . وفى سنة ١٨٩٩ أصدر هيلبرت  
Hilbert كتابه عن أصول الهندسة .

وفى مطلع هذا القرن ظهر مبادئ الرياضيات لرسل  
Russell وكتاب البرنكيبييا المشهور فى المنطق الرياضى تأليف  
وسنة ١٩٢٨ خرج الى الوجود رسل وهو ايتيهد Whitehead  
كتاب أسس المنطق النظرى تأليف هيلبرت واكرمان Ackermann  
كما ظهر كتاب المنطق الرمزى تأليف ليويس ولانجفورد سنة  
١٩٣٢ . وكان هذا تأكيدا لاتجاه المنطق الرمزى الجديد الذى  
ظهر فى كتاب ليويس عن المنطق الرمزى من قبل سنة  
١٩١٨ .

وسط كل هذه التطورات ظهر الاستدلال بالتواتر وأهم  
قضية أدت الى وجوده هى قضية ما اذا كانت الرياضيات علما  
مقفرا ما حلا لافائدة من وراءه . فاستطاع بوانكاريه  
Poincaré (١٨٥٤ - ١٩١٢) أن يثير من جديد مشكلة  
الموجود الرياضى والغرض الرياضى ودور الاستدلال الرياضى  
وما اذا كان فى الامكان التقدم رياضيا من الجزئى الى العام  
ومن التحليل الى التركيب .

وشاع لدى العلماء فى نهاية القرن الماضى أن الرياضيات  
تحصيل حاصل وانها لاتغنى ولاتنفع . ووجد بوانكاريه حل  
المشكلة فى الاستدلال بالتواتر الذى اعتبره الاستدلال بالمعنى  
الحقيقى ورآه جديرا باسم الاستقراء الرياضى واعتبره مثيلا  
وموازيا للاستقراء العلمى الموضوعى .

## ٢ - البرهان الرياضى والبرهان المنطقى :

لايهدف أى برهان رياضى الى اقامة قضايا مفردة أو  
خاصة متضمنة أو داخلية فى اطار سواها من القضايا الأعم .  
وسبب ذلك أن تلك القضية المفردة أو الخاصة مسلم بها سلفا  
ضمن القضية العامة أو الأعم منها التى تنطوى عليها  
وتتجاوزها . أى أن هذا البرهان من شأنه أن يثبت شيئا  
مؤكدًا من قبل ويريد أن يحقق معرفة معروفة سلفا .

ولكن الواقع أن هذا البرهان الاستدلالي يلجأ الى هذه  
الطريقة كتمهيد مؤقت من أجل اقرار معرفة أكبر بالفعل .  
أعنى أنه لا مانع من التقدم نحو التسليم بمعرفة معروفة حتى  
يمكن - انطلاقا منها - تقرير حقيقة أشمل وأوسع . ففى  
الغالب نقوم أولا بالبرهنة على حالة خاصة معينة ومميزة حتى  
نتقدم ابتداء منها للبرهنة على قضية عامة ولما كان من  
المستحيل القفز مباشرة الى نتيجة عامة ، صارت هذه الخطوة  
سليمة منطقيا ورياضيا . فنحن نعتمد مثلا على خاصية  
مجموع الزوايا فى المثلث من أجل البرهنة على مجموع زوايا  
الشكل المتعدد الاضلاع ذى العدد من الاضلاع .

وهذه الطريقة متبعة عادة فى كل أبواب الرياضيات .  
وأقل نظرة نلقيها على نظام تابع الحقائق الرياضية تكشف لنا



بوضوح أن الرياضيات لها طابع خاص جدا من الوجهة العلمية لأنها تتميز بكونها شديدة التخصيص في أجزائها الأولية وتزداد تعميما شيئا فشيئا كلما تطورت وتقدمت نحو التوسع والنماء . مثال ذلك أننا نعتمد في العادة على خصائص الاعداد الصحيحة من أجل اقامة وتحديد خصائص الكسور . وعادة نقوم بتعميم المبرهنات والعمليات المتعلقة بالاعداد الصحيحة الموجبة عن طريق مدها الى المجموعات الكمية السالبة والى المساحات غير المحدودة والى الاعداد الصماء . وتنبنى كل هندسات المساحة على هندسات المسطحات التى تعد أكثر خصوصية . فنحن نتقدم فى كل هذه المجالات من البسيط الى المركب على حد تعبير ديكارت .

ويمكن القول بصفة عامة أن الرياضيات تتقدم من المركب الى البسيط فى ترتيب ونظام الاحتمالات غير أن التقدم فى الحالتين يخضع للتسلسل الاستدلالي . وعندما يتعلق الأمر بمحاولة البرهنة على شئ يمضى التسلسل الاستدلالي من أقصر طريق الى أشمل التعميمات . واذا تحققت البرهنة على احدى الحقائق عن طريق التعميم المتوالى واتخذت صورة البرهنة المباشرة بدون توقف عند الحالة المميزة سقط البرهان الأول البطيء الماحل . وليس معنى ذلك أنه يحاول القفز الى قمة البناء بدون استخدام السلم وإنما معناه أن التسلسل الاستدلالي يحرص على تقليل عدد درجات السلم الى أصغر عدد ممكن مع التصعيد المستمر الى أعلى قمة ممكنة . فهو يحاول الصعود دائما مع الارتقاء بكل حقيقة برهانية فى طريقه ولا يتوقف اطلاقا لتقويم الحقائق البرهانية المتضمنة فيما هو أكبر منها .



هذا اللهم الا اذا كان على التسلسل الاستدلالي أن يبرهن عليها ويضعها موضع الحقيقة الاحتياطية لاستخدامها فيما بعد كخاصية مرموقة . ولكن هذه لا تسمى في هذه الحالة برهاناً وإنما تسمى حقيقة لازمة *corollaire* وكثيراً ما يخلط بعض الناس بين اللازمة والمبرهنة *théorème* وهو ما لا يجوز في رأي جوبلوه (١) لان اللازمة لا تحتوى على موضوع للمبرهنة . بل تحاول مجرد استخلاص خاصية ووضعها جانباً كاحتياط منشأ خلال البرهان أو تنطوي عليه النتيجة بلا حاجة الى برهان منفصل . فكأن « العبارة اللازمة » مجرد نقطة توقف ورتعة أو سلمة يتفرع الاستدلال عندها في منحى جديد .

ولا يفوتنا هنا أن نشير الى أن العبارات اللازمة لعبت دوراً هاماً في المنطق التحليلي عند مدرسة التحليل المنطقي وخاصة فتجنشتاين *Wittgenstein* وآير *Ayer* وهي من الموضوعات المنطقية التي استحدثتها حلقة فيينا .

أما في التسلسل الاستدلالي فاللازمة تشبه المصطبة التي يرتقى البرهان عندها مرحلة متفرعة على نحو جديد .

وعلى أى حال فالمعتاد في الاستدلال الرياضى أنه يتقدم نحو خاصية من جنس مختلف كما يجرى الاستدلال على تساوى الزوايا من تساوى الاضلاع فى المثلث المتساوى الضلعين . أو أنه يتقدم نحو خاصية أكثر تعميماً كما نبني حقيقة المبرهنة الخاصة من مجموع زوايا الشكل المتعدد الاضلاع من حقيقة

---

1. Gob'ot : Traité de Logique p. 255.

المبرهنة الخاصة بمجموع زوايا المثلث • ولكن الاستدلال الرياضي لا يتقدم قط الى خاصية أقل تعميماً •

فاذا قارنا البرهان الرياضي بالبرهان المنطقي وهو القياس اكتشفنا التعارض الجوهرى بين الاثنين • فنظرية القياس لا يمكن أن تكون بحال من الاحوال هى نفسها نظرية الاستدلال الرياضى • أو هكذا قرر بوانكاريه عندما ألح فى القول بأن القياس غير قادر على اضافة أى شىء الى المعطيات التى نقدمها اليه • فهذه المعطيات لاتلبث أن تتحول الى عدد من البديهيات وتقضى قواعد الاستدلال بضرورة ألا يستجد شىء فى النتيجة لم يكن موجودا من قبل فى المقدمات • ولهذا فخاصية القياس الاساسية أنه لا يستطيع أن يضيف جديدا الى علمنا • واذا كان كل شىء فى القياس ينبنى أصلا على مبدأ الهوية فلا بد من امكان رد كل شىء فيه أيضا اليه •

واذا صح هذا فالاستدلال الرياضى يتميز بوضوح من هذا القياس المنطقي • ولا بد من الاعتراف والتسليم بأن الاستدلال الرياضى يصل الى شىء جديد ويحقق انتقالا خلاقا الى النتائج • وهذا هو ماقرره بوانكاريه فى مطلع كتابه عن العلم والفرض العلمى تمهيدا لبيان الحاجة الماسة الى برهان التواتر •

### ٣ - معنى الاستدلال بالتواتر :

فى رأى بوانكاريه أن الاستدلال بالتواتر هو الاستدلال الذى يحمل أخص مايميز الاستدلال وأدق مايمكن أن يوصف به • ولكن لما كان أهم عنصر فى الاستدلال هو التعميم فمن باب أولى يخطر على ذهننا فى التو معنى الاستقراء •

فالاستقراء فى الواقع هو عملية تعميم خصائص معدودة مستقراة على بقية الصنف الذى يحمل تلك الخصائص . ولهذا لا نكاد نذكر التعميم الاستدلالي حتى يبرز فى خيالنا فى الحال ماهية الاستقراء .

ولا ينبغى أن نأخذ هنا الاستقراء بمعناه الكلى فى استقراء الوقائع التجريبية وتعميم هذه الوقائع للصعود بها الى القوانين . وانما ينبغى بمعناه المميز فى خاصية الصرامة عند استخلاص نتيجة عدد من الحالات وفى الاستناد الى الخاصية الاساسية للسلسلة اللامتناهية للاعداد الصحيحة على نحو ما هى ممثلة فى عملية العد المنطوقة التى نقوم بها فى حياتنا اليومية وأعنى بها خاصية أن يتألف العدد من جمع أو اضافة وحدة الى العدد السابق . فهذه الخاصية تجعل المتكلم يضيف رغيفا الى جملة أرغفة عند العد ويضيف برتقالة الى عدد من البرتقالات . وهى عملية لا نهاية ولا حد لها لانها يمكن أن تحدث وتكرر كلما ظهر رغيف يراد اضافته الى اعداد سابقة من الارغفة وكلما ظهرت برتقالة نريد جمعها الى عدد سابق من صنف البرتقال .

وهذه العملية وحدها هى عملية الاستدلال التى تحمل أخصر ما يتميز به الاستقراء فى التعداد والاحصاء . وهذا الاستدلال يبرز جوهر البرهان فى الامتداد نحو سلسلة لا متناهية من الحالات بما تتميز به حالة مفردة .

وهذا الامتداد والاتساع بفرض الخاصية المميزة المحققة لعدد محدود من الحالات على سلسلة لا متناهية هو ما نطلق عليه هنا اسم الاستدلال بالتواتر .

فالاستدلال بالتواتر هو انه اذا افترضنا صحة احدى الخصائص بشأن (م) كان من الصحيح أيضا وجود هذه الخاصية نفسها . فى م + ١ أيا تكن «م» .

واذا تم لنا التحقق من أن هذه الخاصية صحيحة عن عدد معين هو «ن» فلا بد من أنها تصح أيضا بشأن كل الاعداد التى تلى «ن» . ونستطيع أن تمتد بهذه الخاصية من «ن» الى ن + ١ ثم الى (ن + ١) + ١ . وهكذا الى ما لا نهاية .

وفى هذا التقدم الى ما لا نهاية عثرنا على بعض التماثل والشبه مع الاستدلال الاستقرائى .

وقد اخترنا لفظ «التواتر» فى تعريف هذا الاستدلال دون لفظ «العود» لانه أقرب الى تصوير حقيقة عملية البرهان المذكور . واذا أردنا البرهنة على أن خاصية ما تصدق على كل الاعداد ابتداء من «- كذا» الى «+ كذا» لزمنا البرهنة على أنه اذا كانت الخاصية المذكورة ثابتة بشأن «م» . . .

فمن الضرورى :

أولا : أن تصدق هذه الخاصة بالنسبة الى م + ١ .

ثانيا : ان تصدق هذه الخاصية أيضا بالنسبة الى م - ١

أيا تكن «م» .

واكتشف بوانكاريه الاستدلال بالتواتر فى برهان قواعد الجمع والطرح أى فى أبسط قواعد حساب الأرقام أو قواعد الحساب الجبرى .

#### ٤ - نقد جوبلوه للاستدلال بالتواتر :

لم يكن بد من أن يصادف الاستدلال بالتواتر نقدا لاذعا من جانب بعض المناطقة الخالص وبالذات من جانب ادمون جوبلوه مؤلف كتاب «بحث فى المنطق» . وقد ظهر كتاب بوانكاريه عن «العلم والفرض» سنة ١٩٠٨ فى حين أن كتاب جوبلوه «بحث فى المنطق» ظهر سنة ١٩١٤ . وكان من المتوقع أن يتناول كتاب جوبلوه فى روحه التقليدى بعض ماجاء فى برهان التواتر الذى استحدثه بوانكاريه .

وقد تعرض جوبلوه للاستدلال بالتواتر فشرحه شرحا وافيا وأظهر كل جوانبه وأوضح نقاطه المختلفة . ثم نقده نقدا لا يستقيم فى الواقع مع الاتجاهات الحديثة والمعاصرة بالذات فى المنطق الصورى الجديد .

ولا نجد فى الموضوع بأكمله فائدة كبيرة لقارئ المنطق اليوم لذلك نكتفى بشرح الجوانب التى تفيدنا فائدة مباشرة .

فبعد عرض كل جوانب الاستدلال بالتواتر يشير جوبلوه الى أن هذا البرهان يتألف من جانبين :

أولا : الجانب الذى يبرهن على أنه اذا كان مفروضا أن صفة ماتصدق بشأن عدد من الاعداد وليكن «ن» فهى تصدق كذلك بشأن «ن + ١» .

وفى هذه الخاصية يتفق هذا البرهان فى الشبه مع كل البراهين الاخرى . فهو يتألف من محاولة اقامة نتيجة بناء على فرض أى أنه يؤدى عملية فيبنى نتيجة ابتداء من الفرض .



ثانيا : الجانب الذى يتحقق من أن خاصية « ١ » تصدق على عدد معين هو فى المثل المشار اليه « ٢ » . وبالتالى فالواحد أو خاصية الواحد تصدق عن  $٢ + ١$  كما تصدق عن  $٣ + ١$  وهكذا الى آخره .

ومن بين هذين الجانبين يعطى بوانكاريه الاهتمام الاكبر للجانب الثانى . ولما كان الأمر يتطلب فهم الانتقال من المفرد الى الكلى فقد انصب اهتمامه على العملية التى تبدأ من عدد مفرد « ١ » أو « ٢ » أو أى عدد آخر ثم تنتقل الى العدد التالى ثم الى العدد الذى يليه وهكذا الى ما لا نهاية . ولكن الواقع أن الجانب الأول هو الأهم لاننى برهنت على حقى فى أن أقوم بالتعميم .

والواقع كما يقول جوبلوه ان بوانكاريه انتهى بالاستدلال بالدواتر الى أنه صار مجرد قياس من الاقيسة الارسطية .

وأبدى جوبلوه استغرابه من أن بوانكاريه يتحدث عن البرهان بالتواتر كأنه الحدس الخاص بالعدد الخالص . وتسائل ما اذا كان هذا العدد الخالص هو العدد المجرد ؟ وهل هو العدد بعامة أو تصور العدد ؟

ولكن المشكلة عند بوانكاريه ابعد من ذلك بكثير وخاصة فيما يتعلق بهذه النقطة الاخيرة . ولهذا السبب لم يكن بد من أن تنشأ هذه المساجلة بين جوبلوه وبينه . فجوبلوه لم يستطع أن يواجه نقد هذا البرهان بما ينبغى له من الوسائل ولم يكن يمكنه أن يرى اللوحة العامة لتطور الموضوعات فى وقته (١) .

---

١ - راجع دافال وجليبوه Daval et Guilbaud فى كتابهما عن الاستدلال الرياضى سنة ١٩٤٥ .



وقد أدى تطور المنطق الرمزي وحساب البديهيات في السبعين سنة الأخيرة الى تيسير فحص طبيعة الاستدلال الرياضى فى الوقت الحاضر على نحو أكثر دقة وبطريقة لم تكن من قبل ممكنة . ولا يهمنا الآن من الموضوع أكثر من التعريف بالوضع التاريخى للمشكلة وإبراز بعض جوانبها المتصلة بتوضيح الدور الجديد للمنطق المعاصر المعتمد على صورية القضايا وعلى الحساب المؤلف من دوال الصدق والكذب .

## ٥ - حقيقة البرهان بالتواتر :

ويتيح لنا الاستدلال بالتواتر فرصة استنتاج أنه اذا كانت احدى القضايا صادقة عن «الصفـر» وأنه اذا صدق شيء عن «س» جر ذلك الى الاستدلال الى صدق ذلك الشيء أيضا عن «س + ١» فلا بد أيضا أن يصدق ذلك بشأن كل الاعداد الصحيحة الموجبة .

وقد شك جوبلوه خصوصا فى هذا الصدد بشأن قدرة برهان التواتر على اثبات هذا الجانب الأخير .

ولكن بقليل من النظر فى طبيعة علم الحساب نفسه سنكتشف عن علم الحساب خصائص مميزة أبرزها بيانو Peano الذى أورد بوانكاريه الخمس بديهيات المشهورة الخاصة به والمقترنة دائما باسمه . هذه البديهيات هى :

١ - الصفـر عدد .

٢ - اذا كانت «أ» عددا كان مايتلو «أ» عددا كذلك .

٣ - اذا كان لعددین نفس الرقم التالى كان هذان العددان نفس الرقم .

٤ - الصفر ليس عددا تاليا لأي عدد .

٥ - اذا صدقت خاصية عن الصفر بحيث انه اذا صدقت عن «س» صدقت أيضا عن التالي لعدد «س» ، صدقت هذه الخاصية أيضا عن كل الاعداد الصحيحة الموجبة .

وهذه هي الصياغة النهائية لبديهيات Begriffsschrift

بيانو (١) وكان فريجه Frege في الواقع أول من تكلم عن مبادئ الحساب المنطقي الذي يكفي للاستدلال الدقيق وحاول استخراج الحساب من المنطق البحت سنة ١٨٧٩ في كتابه عن أصول التصور ، أما بيانو فقد قام بتطبيقات هذا الحساب داخل الرياضيات وابتكر رموزا مرنة ورشيقة الى حد بعيد بحيث تسمح بالتغيير عن أعقد المبرهنات في صيغ مفردة على أكبر قدر من الدقة والايجاز . وجاء كتاب البرنكيبييا لبرتراند رسل وهو ايتيهد فشارك في الصياغة النهائية لما أسميناه بالمنطق الرياضي الذي كان مدخلا لكل التحولات الجديدة في المنطق الرمزي المستخدم الآن .

وفي الصفحات الأولى من كتاب البرنكيبييا نجد نقد رسل لنسق بيانو في الحساب واعتراضه على مفهوم العدد عند بيانو . فبيانو يجعل من العدد وكذلك من «الصفر» - و «التالي» تصورا غير محدد في علم الحساب . فهذا المفهوم كما يقول رسل يسمح بتفسير العدد بعدد لا متناه من الطرق بدون خرق للبديهيات أو المصادرات Postulates التي أقرها نسق بيانو . وفي رأي رسل أن هذا التنويع الشديد في

---

(١) رسل : مقدمة للفلسفة الرياضية ترجمة محمد مرسى أحمد ومراجعة الأهواني الفصل الثالث .

تفسير حقيقة العدد يوحى بعدم تكافؤ مفهوم بيانو . وأى مفهوم متكافئ للعدد يجب أن يكون معادلا لفكرتنا عنه بدون أن تتعرض للتحليل أى كما نكشفه فى استخدامنا التجريبي لعملية العد .

فالنسق الذى يمكن أن تكون « ١ » منه معادلة للمائة وأن تكون « ٢ » معادلة لما يليه « ١٠١ » وهكذا على التوالى وهذا يستحق كل تقدير فى الرياضيات البحتة ولكنه لايناسب حياتنا اليومية .

هذا رأى رسل ، ولكنه - كما هو ظاهر - يحسب حساب نظرية المعرفة لا نظرية المنطق الرمزي كما هو شائع اليوم .

فهذه المصادرات التى أعلنها بيانو تجسم خصائص الاعداد الصحيحة الموجبة وتسمح بالبرهنة على كل القضايا الصحيحة فى الحساب المتداول . ويمكن أن نلحق بها التعريفات المتواترة للجمع والضرب كما يفعل بيانو .

لكن هذه المصادرات لا تؤلف مانسميه عادة صورية علم الحساب . فأى نسق من الانساق لا يكون صوريا حقيقة الا اذا أمكن فيه رد الاستدلال الى عمليات تداول الرموز وفقا للقواعد دون استدعاء أن الدلالة هى تلك الرموز على نحو مايسمح بها تفسير النسق . فاذا أردنا بلوغ هذا الغرض وجبت صياغة البديهيات الرياضية فضلا عن البديهيات والقواعد المنطقية التى تحقق تعريف الاستدلال تحديدا دقيقا صارما . ومن هذه الناحية يتبين أن النسق الخاص بمصادرات بيانو ليس صوريا تام الصورية . ولم يكن بيانو يهدف الى صورية الحساب بالمعنى المعاصر للكلمة عندما أصدر مصادراته . كان

بيانو يهدف فقط الى التعبير عن كل قضايا الرياضيات بفضل عدد صغير من الرموز ذات الدلالة المحددة والخاضعة لقواعد صارمة .

ويشير بيانو الى أن الهدف الذي يرمى اليه هدف عملي في كتابه عن علامات المنطق الرياضى المؤلف سنة ١٨٩٤ . وهو فى نظره بمثابة مدخل الى الصيغ الرياضية .

واذا صح هذا كان المهم بالنسبة الينا الآن هو التعرف على دوال النسق فى بديهيات بيانو من حيث هو نسق يضم بديهية التواتر . وفى العادة كل الطرق تؤدى الى عين النتائج اذا درسنا النسق الصورى الحسابى من حيث عدم تناقضه أو من حيث القرار القاطع فيه . فيقال مثلا ان نسقا ما يتمتع بصفة النسقية الصورية اذا كانت كل تعبيراته تحصيل حاصل . أى أن النسق يكون مؤلفا من اجراءات قاطعة عندما يكون محتويا على منهج يسمح بتحديد ما اذا كان التعبير – أى تعبير مكون تكوينا صالحا داخل النسق موضوع البحث – يقبل بالفعل أو لا يقبل البرهنة فى اطار النسق أو بعبارة أخرى هل هو تحصيل حاصل أم لا ؟ .

وقد قرر كل من شيرش Church وروسر B. Rosser ان حساب بيانو غير قاطع . ويقول روسر : يقال عن النسق انه غير قاطع اذا كان كل توسع متآلف لهذا النسق غير قاطع . ومعنى هذا بعبارة أخرى أن التوسع المتآلف المترتب على امتداد النسق قد يكون غير قاطع . وفى هذه الحالة لا يكون النسق نفسه قاطعا .

ومن الضروري أن نشير الى أن هذا الطابع فى اختفاء  
الاجراءات القاطعة داخل بديهيات بيانو لا يرجع الى وجود  
بديهية التواتر ضمن نسقه . ويمكن تحويل نسق التواتر الى  
نسق من البديهيات بفضل عدد لا نهاية له من البديهيات .  
ولكن يبقى برغم ذلك كله غير قاطع بل وغير قاطع على وجه  
الخصوص .

فما هى دالة بديهية التواتر فى نسق الحساب ؟

أولا : من المؤكد أننا اذا أخذنا بوجهة النظر الصورية  
البحثة لا يمكن أن تحتل أية بديهية نسقية درجة من الاهمية  
أكبر من سواها لأن المرجع فى النهاية الى مجموع البديهيات  
التي تؤدى الى التعريف الضمنى للمعاني التي يحددها النسق .  
ولكن اذا اعتبرنا المعنى الرياضى الخاص بالبديهيات أمكننا  
الى حد ما تحديد الدور الذى تقوم به كل منهما .

ومن هذه الناحية فى امكاننا أن نقرر ثانيا أن الاستدلال  
بالتواتر لا يمكن أن يتدخل الا اذا قدمنا سلفا أبسط الدوال  
التواترية وهى دالة «التالى» وفائدة هذه الدالة التي شغلت  
بوانكاريه مرتبطة أوثق ارتباطا بايجاد دوال تواترية مختلفة  
عن دالة «التالى» ولكن لا يمكن تعريفها الا بمساعدة هذه .

اذا صح هذا كان من الممكن - كما يقول كلينه Kleene

فى مقدمته للرياضيات سنة ١٩٥٢ (ص ٢٥٨ وما بعدها) -  
تميز التعريفات التواترية الاساسية من سواها . وفى حساب  
بيانو تعريف الدوال (+ ، و ، .) وفقا للمجموع اللامحدود  
المنظم تنظيما شاملا والناجم عن دالة «التالى» . ويمكن  
التعبير عن بديهيات بيانو كالاتى :



١ - الصفر عدد

٢ - اذا كان «ن» عددا كان «ن» عددا أيضا .

٣ - الاعداد هي ماينتج فقط عن تطبيق القاعدتين السابقتين .

٤ - أيا يكن «م» ، «ن» يكون  $m = n$  فقط اذا كان  $m = n$

٥ - فى كل عدد «ن» يكون  $n \neq 0$

وهنا يصبح مبدأ التواتر نتيجة للبديهيات الخمس وليس بديهية فى حد ذاته من بين تلك البديهيات .

ومعنى هذا أن بوانكاريه عندما استند الى هذه البديهيات فى تأييد برهان التواتر لم يكن يريد أن يخلق برهانا سوريا بحثا وانما كان يريد أن يجمع بين الأسس التحليلية والتركيبية للحساب فى آن معا أى أنه أراد الجمع بين الاستقرار والاستدلال فى نمط واحد من البرهان . وقد أدى هذا الى جعل برهان التواتر غير متكامل شكلا وموضوعا مع الغرض المطلوب منه . ولكن هذا لا يمنع أنه بصورته وجمله الشواهد الرياضية التى اعتمد عليها يعطى صورة واضحة للمعنى الذى ينبغى أن يكون عليه البرهان الاستدلالي فهو برهان استدلالى يجمع خصائص منطقية عديدة يجرى استخدامها حاليا بصور موسعة .

ولكن العيب الحقيقى فى برهان التواتر هو أنه ليس له دور موحد فى اطار نسق صورى خالص وحسب . فهو كما هو شاهد عادة لا غنى عنه فى تأسيس ودراسة أى نسق صورى خالص . أى أننا اذا أردنا دراسة صورية الحساب ظهر لنا



التواتر على نحوين أولا كأداة تسمح بتأسيس نسق صوري  
وثانيا كواحدة من البديهيات الخاصة بالنسق .  
وهذه النقطة لم يدركها جوبلوه (١) .

أما بوانكاريه فقد لاحظ ضرورة إقامة البرهان بعدم  
التناقض وأكد أن هذا البرهان مستحيل بغير التواتر وإن لم  
يشر إلى الإجراءات العامة اللازمة لتأسيس نسق صوري فهذه  
النقطة - على الرغم من عدم ظهورها وبروزها في فكرة  
الاستدلال عند بوانكاريه مكنته من أن يضع الفكرة الرئيسية  
في دعم صورية النسق وهي عدم التناقض .

فالاستدلال الرياضي إذا قارناه بالقياس التقليدي يمثل  
تعميما تدريجيا واضحا واستنباطا صارما . القياس المنطقي  
صارم ولكنه تحصيل حاصل في حين أن الاستدلال الرياضي  
يعتمد على أبنية متنوعة كفكرة المجموعة وفكرة التوالى للأعداد  
الصحيحة . ففي إطار الحدس الخاص بالعد والخالص أى في  
اليقين الذى نستشعره فى قدرتنا التى لا حد لها على إضافة  
وحدة جديدة إلى وحدات متقدمة - كما يقول بوانكاريه -  
ينبغى أن نبعث أصالة الاستدلال الرياضى . والنموذج الرفيع  
لهذا الفرع من الاستدلال الرياضى هو برهان التواتر بحيث  
تصدق الخاصية عن «ن = صفر» ، وتصدق أيضا عن «ن + ١»  
إذا صدقت عن «ن» وتصبح بالتالى صالحة بالنسبة إلى كل  
الأعداد التالية . ولا يمكن أرجاع هذا البرهان إلى صور  
القياس لأنه يضم عددا لا متناها من القضايا المترابطة

---

١ - ص ٢٥٥ - الاستدلال الرياضى والتواتر : R. Martin :  
Les études philosophiques — Avril - Juin, 1956.

الموصولة فيما بينها • (١) وهو يتقدم بالتعميم من الجزء نحو الكل ولكنه برغم ذلك صارم دقيق لانه يتبنى على عملية عد كاملة مستوفاة •

ويقال ان الخاصية «وراثية بالنسبة الى ن» أو مجرد وراثية ن» اذا تحقق أن كل خاصية تنتمي للعدد م كانت تنتمي أيضا للعدد م + ١ أى للعدد الذى له لع العدد م العلاقة ن ، ويقال لعدد ن انه ينتمى الى خلفه م (Posterity) بالنسبة للعلاقة ن اذا كان للعدد «ن» كل خاصية وراثية «ن» تنتمى الى م ويمكن أن تطبق هذه التعريفات على أية علاقة أخرى تماما كما تطبق العلاقة «ن» •

وما معنى العلاقة «ن» ؟

معناها أننا اذا عرفنا الاعداد الطبيعية بأنها خلفه الصفر بالنسبة لعلاقة العدد بتاليه المباشر ، كانت «ن» هى هذه العلاقة • وأى عدد م له هذه العلاقة (ن) مع م + ١ • فالعلاقة «ن» هى علاقة العدد بتاليه المباشر • ويقال وراثية «ن» اذا تحقق أن كل خاصية تنتمى للعدد م كانت أيضا تنتمى الى العدد م + ١ أى الى العدد الذى له مع العدد م العلاقة ن ويقال للعدد ن انه ينتمى الى خلفه م بالنسبة الى العلاقة «ن» (٢) •

---

1. Jean Piaget : Traité de Logique --- p. 380 1949.

(٢) مقدمة للعلاقة الرياضية لرسول ترجمة محمد موسى أحمد ومراجعة الأهوانى ص ٤٣ •

ومن هنا يظهر أن استدلال التواتر يختلف عن أية عمليات «بينقضوية» *intrapositional calculus* غير رياضية تماما كما يختلف العدد عن الفصول أو الفئات والعلاقات العينية . فنحن نعرف سلسلة الاعداد الطبيعية كلها متى عرفنا مانعنيه بالصفى والعدد والتالى . وعلى ذلك نقيم برهان التواتر خلال عملية السير الى التالى التى يمكن أن تتكرر عددا متناها من المرات .

## الفهرس

صفحة	
٣	– مقدمة المترجم . . . . .
٧	– تمهيد . . . . .
٤٥	– أوليات المنطق الرمزي . . . . .
٥٩	– أسئلة وتمريعات . . . . .
٦٣	– الأفكار الأساسية . . . . .
٧٩	– الفصل الثالث . . . . .
٧٩	دوال الصدق . . . . .
١٢٤	– أسئلة وتمريعات . . . . .
١٢٨	– تدريبات عملية . . . . .
١٤٧	– ملحق تعليقات وتعريفات . . . . .
٢١٥	– فهرس . . . . .

جمهورية مصر العربية

مطبوعات

المجلس الأعلى للثقافة

رقم

- ٢٥٢ -

الفاخرة

١٤٠٣ هـ - ١٩٨٣ م

---

مطابع الهيئة المصرية العامة للكتاب

---

رقم الايداع بدار الكتب ٨٣/٤٢١٩

---

ISBN ٩٧٧ - ٠١ - ٠ ٢٠٣ - ٢





